

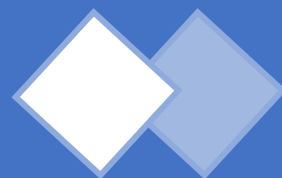
足立区学習教材

次へのステップ

中学校 数 学



3 年生の内容



基礎編

はじめに

この冊子は、次のコンセプトに基づいて作成しました。児童・生徒の学習状況や学校の実態に応じて、授業や補足的な学習などの機会にご活用ください。

● 小単元（節）ごとに活用

問題は、小単元（節）ごとに作成されており、授業や補足的な学習などの機会に使用することができます。小単元（節）を両面1枚にまとめているため、教科書の学習内容のすべてを扱ってはいませんが、その分、全体のページ数が少なく抑えられているため、既習の学習内容を総復習する際などにも活用することができます。

また、本教材の活用により、単元や小単元（節）ごとの児童・生徒の学習状況を把握することで、教師が自身の学習指導を振り返って、指導の改善・充実につなげることができます。

● 児童・生徒が自学自習できる「1小単元1枚完結型」の紙面構成

どのページにも、この小単元（節）で「どのようなことができるようになるのか」「どのようなことを理解するのか」が、めあてとして示されています。また、おもて面には、学習内容の説明、例題と解説、練習問題と解答が掲載され、うら面には演習問題が掲載されているなど「1枚完結型」の紙面構成としています。学年の内容の最後には、章ごとの活用問題が用意されており、児童・生徒が、それぞれの習熟の程度に応じて自学できるように工夫しています。

- 本教材は、校務支援システムの書庫に電子データとして格納しています。必要な教材をプリントアウトしてご活用ください。



3 年生の内容 [全 5 4 ページ]

1 章 式の計算

- p 1 ~ 1 節 多項式の乗法と除法
- p 3 ~ 2 節 因数分解
- p 5 ~ 3 節 式の活用
- p 7 ~ 《解答・解説》

2 章 平方根

- p 9 ~ 1 節 平方根
- p 11 ~ 2 節 平方根の計算
- p 13 ~ 3 節 平方根の活用
- p 15 ~ 《解答・解説》

3 章 2 次方程式

- P 17 ~ 1 節 2 次方程式とその解き方
- P 19 ~ 2 節 2 次方程式の活用
- P 21 ~ 《解答・解説》

4 章 関数 $y = ax^2$

- P 23 ~ 1 節 関数 $y = ax^2$ (1)(2)
- P 27 ~ 2, 3 節 関数 $y = ax^2$ の活用、いろいろな関数
- P 29 ~ 《解答・解説》

5 章 相似な図形

- P 31 ~ 1 節 相似な図形
- P 33 ~ 2 節 平行線と線分の比
- P 35 ~ 3, 4 節 相似な図形の面積の比と体積の比、相似な図形の活用
- P 37 ~ 《解答・解説》

6 章 円

- P 39 ~ 1 節 円周角の定理
- P 41 ~ 2 節 円周角の定理の活用
- P 43 ~ 《解答・解説》

7 章 三平方の定理

- P 45 ~ 1 節 三平方の定理
- P 47 ~ 2 節 三平方の定理の活用
- P 49 ~ 《解答・解説》

8 章 標本調査 (p51 ~)

- P 51 ~ 1, 2 節 標本調査、標本調査の活用
- P 53 ~ 《解答・解説》

◆ 学習の記録 [基礎編]

年 組 番 氏名

単元	小単元	頁	回数	単元	小単元	頁	回数
1年生の内容				4章			
1章				平行と合同	1節 平行線と角	23-	
整数の性質	1節 整数の性質	1-			2節 合同と証明	25-	
2章				5章			
正の数、負の数	1節 正の数、負の数	5-		三角形と四角形	1節 三角形(1)	29-	
	2節 加法と減法	7-			三角形(2)	31-	
	3節 乗法と除法	9-			2節 四角形	33-	
	4節 正の数、負の数の活用	11-			2節 四角形	35-	
					3節 三角形と四角形の活用		
3章				6章			
文字と式	1節 文字を使った式	15-		確率	1節 確率(1)	39-	
	2節 文字を使った式の計算	17-			確率(2)	41-	
	3節 文字を使った式の活用	19-		7章			
	4節 数量の関係を表す式			データの分析	1節 データの散らばり	45-	
4章					2節 データの活用	47-	
方程式	1節 方程式とその解き方	23-		3年生の内容			
	2節 方程式の活用	25-		1章			
5章				式の計算	1節 多項式の乗法と除法	1-	
比例と反比例	1節 関数	29-			2節 因数分解	3-	
	2節 比例	31-			3節 式の活用	5-	
	3節 反比例	33-		2章			
	4節 比例と反比例の活用	35-		平方根	1節 平方根	9-	
6章					2節 平方根の計算	11-	
平面図形	1節 平面図形の基礎	39-			3節 平方根の活用	13-	
	2節 作図	41-		3章			
	3節 図形の移動	43-		2次方程式	1節 2次方程式とその解き方	17-	
	4節 円とおうぎ形の計量	45-			2節 2次方程式の活用	19-	
7章				4章			
空間図形	1節 空間図形の基礎	49-		関数 $y = ax^2$	1節 関数 $y = ax^2$ (1)	23-	
	2節 立体の見方と調べ方(1)	51-			関数 $y = ax^2$ (2)	25-	
	立体の見方と調べ方(2)	53-			2節 関数 $y = ax^2$ の活用	27-	
	立体の見方と調べ方(3)	55-			3節 いろいろな関数		
	3節 立体の体積と表面積	57-		5章			
8章				相似な図形	1節 相似な図形	31-	
データの分析	1節 度数の分析	61-			2節 平行線と線分の比	33-	
	2節 データの活用				3節 相似な図形の面積の比と体積の比	35-	
					4節 相似な図形の活用		
2年生の内容				6章			
1章				円	1節 円周角の定理	39-	
式の計算	1節 式の計算	1-			2節 円周角の定理の活用	41-	
	2節 式の活用	3-		7章			
2章				三平方の定理	1節 三平方の定理	45-	
連立方程式	1節 連立方程式とその解き方	7-			2節 三平方の定理の活用	47-	
	2節 連立方程式の活用	9-		8章			
3章				標本調査	1節 標本調査	51-	
1次関数	1節 1次関数(1)	13-			2節 標本調査の活用		
	1次関数(2)	15-					
	2節 1次関数と方程式	17-					
	3節 1次関数の活用	19-					

取り組んだ回数を正の字で記録しましょう。

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「多項式どうしの乗法の計算ができる」

☑ 単項式と多項式の乗法は分配法則を使って計算し、多項式を単項式でわる除法は乗法になおして計算する。

④ 例 $3a(a+2b)$ を計算しなさい。

● 解 $3a(a+2b) = 3a \times a + 3a \times 2b = 3a^2 + 6ab$

☑ $(a+b)(c+d)$ の計算は、 $c+d$ を M とおけば、単項式と多項式の乗法として計算できる。

④ 例 $(x+2)(y+4)$ を展開しなさい。

● 解 $(y+4)$ を M とおくと、 $(x+2)(y+4) = (x+2) \times M = xM + 2M = x(y+4) + 2(y+4) = xy + 4x + 2y + 8$

☑ 多項式どうしの積を展開するための公式

① $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

② $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

③ $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

④ $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

④ 例 $(x+2)(x+5)$ を展開しなさい。

● 解 $(x+2)(x+5) = x^2 + (2+5)x + 2 \times 5 = x^2 + 7x + 10$

✎ 問題

1 次の計算をしなさい。

(1) $-a(3a-5b)$

(2) $(6x^2y - 9xy^2) \div 3xy$

2 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-3)(y+6)$

(2) $(a+1)(a+b+3)$

3 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-1)(x+4)$

(2) $(x+3)^2$

(3) $(x+5)(x-5)$

🔍 解答・解説

1

$$\begin{aligned} (1) \quad & -a(3a-5b) \\ & = -a \times 3a + (-a) \times (-5b) \\ & = -3a^2 + 5ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (6x^2y - 9xy^2) \div 3xy \\ & = (6x^2y - 9xy^2) \times \frac{1}{3xy} \\ & = 2x - 3y \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x-3)(y+6) \\ & = xy + 6x - 3y - 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (a+1)(a+b+3) \\ & = a^2 + ab + 3a + a + b + 3 \\ & = a^2 + ab + 4a + b + 3 \end{aligned}$$

3

(1)

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+4) \\ & = x^2 + (-1+4)x + (-1) \times 4 \\ & = x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (x+3)^2 \\ & = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ & = x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (x+5)(x-5) \\ & = x^2 - 25 \end{aligned}$$

【問題演習 311】

年 組 番 氏名

1 次の計算をしなさい。

(1) $2x(3x - 1)$

(2) $(x - 4y + 3) \times (-2x)$

(3) $(3xy^2 + 9x^2y) \div 3x$

(4) $(5a^2 + ab) \div \frac{1}{5}a$

(5) $x(x + 3) + 2x(3 - x)$

(6) $(x + 5)(y + 4)$

(7) $(2x + 7)(x - 3)$

(8) $(x + 3)(x + 5)$

(9) $(x + 5)(x - 8)$

(10) $(x + 4)^2$

(11) $(x - 3)^2$

(12) $(x + 4)(x - 4)$

(13) $(3x + 1)^2$

(14) $(5 + x)(5 - x)$

(15) $(x - 2y)(x + 2y)$

(16) $(x - 4y)(5x - y)$

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「多項式を因数分解できる」

☑ 多項式の各項に共通な因数があるとき、それがかっこの外にくくり出して、式を因数分解することができる。

⑧ 例 $4xy + 6x$ を因数分解しなさい。

● 解 $4xy$ と $6x$ の共通な因数 $2x$ をくくり出して、 $4xy + 6x = 2x(2y + 3)$

☑ 式を展開するときに使った乗法公式を逆に使って、式を因数分解することができる。

⑧ 例 $x^2 + 7x + 10$ を因数分解しなさい。

● 解 $x^2 + 7x + 10 = x^2 + (2 + 5)x + 2 \times 5$ より、 $(x + 2)(x + 5)$

📝 問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(1) $10ax - 8ay$

(2) $2xy + 4x^2y - 6xy^2$

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 10x + 16$

(2) $x^2 + 14x + 49$

(3) $x^2 - 36$

🔍 解答・解説

1

(1) $10ax - 8ay$

$= 2a(5x - 4y)$

(2) $2xy + 4x^2y - 6xy^2$

$= 2xy(1 + 2x - 3y)$

2

(1) $x^2 - 10x + 16$

$= x^2 + (-2 - 8)x + (-2) \times (-8)$

$= (x - 2)(x - 8)$

(2) $x^2 + 14x + 49$

$= x^2 + 2 \times 7 \times x + 7^2$

$= (x + 7)^2$

(3) $x^2 - 36$

$= (x + 6)(x - 6)$

【問題演習 312】

年 組 番 氏名

2 次の に当てはまる言葉をかきなさい。

- (1) 多項式 $x^2 + 5x + 6$ を、 $x + 2$ と $x + 3$ の積の形で表すとき、 $x + 2$ と $x + 3$ を $x^2 + 5x + 6$ の (あ) という。

(あ)

- (2) 多項式をいくつかの (あ) の積として表すことを、その多項式を (い) するという。

(い)

3 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $7x - 7$

- (2) $2xy - 4y$

- (3) $x^2 + 6x + 5$

- (4) $x^2 + 8x + 12$

- (5) $x^2 + x - 12$

(6) $x^2 + 8x + 16$

(7) $x^2 - 6x + 9$

(8) $x^2 - 25$

(9) $x^2y - y$

(10) $4x^2 + 24x + 36$

(11) $49 - x^2$

(12) $x^2 + 18xy + 81y^2$

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「展開や因数分解を活用して、数や図形の性質を証明できる」

☑ 展開や因数分解を利用すると、計算をくふうして行うことができる。

④ 例 $35^2 - 15^2$ をくふうして計算しなさい。

● 解 公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を使う。 $35^2 - 15^2 = (35 + 15) \times (35 - 15) = 50 \times 20 = 1000$

④ 例 33×27 をくふうして計算しなさい。

● 解 公式 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を使う。 $33 \times 27 = (30 + 3)(30 - 3) = 30^2 - 3^2 = 900 - 9 = 891$

☑ 式の計算を利用して、数や図形の性質を証明することができる。

④ 例 2つの続いた奇数の積に1を加えると4の倍数になることを証明しなさい。

● 解 2つの続いた奇数は、整数 n を使って次のように表される。

$$2n - 1, 2n + 1$$

この2つの続いた奇数の積に1を加えると

$$(2n - 1)(2n + 1) + 1$$

$$= 4n^2 - 1 + 1$$

$$= 4n^2$$

n^2 は整数であるから、 $4n^2$ は4の倍数。

よって、2つの続いた奇数の積に1を加えると4の倍数になる。 ■

✎ 問題

1 次のをくふうして計算しなさい。

(1) $28^2 - 22^2$

(2) 32×28

(3) 2つの続いた奇数の積に5を加えると4の倍数になることを証明しなさい。

● 解答・解説

1

$$\begin{aligned} (1) \quad & 28^2 - 22^2 \\ &= (28 + 22) \times (28 - 22) \\ &= 50 \times 6 \\ &= 300 \\ (2) \quad & 32 \times 28 \\ &= (30 + 2) \times (30 - 2) \\ &= 30^2 - 2^2 \\ &= 900 - 4 \\ &= 896 \end{aligned}$$

(3) 2つの続いた奇数は、整数 n を使って次のように表される。

$$2n - 1, 2n + 1$$

この2つの続いた奇数の積に5を加えると

$$(2n - 1)(2n + 1) + 5$$

$$= 4n^2 - 1 + 5$$

$$= 4n^2 + 4$$

$$= 4(n^2 + 1)$$

$n^2 + 1$ は整数であるから、 $4(n^2 + 1)$ は4の倍数。

よって、2つの続いた奇数の積に5を加えると4の倍数になる。 ■

- 4 次の に当てはまる数や式をかきなさい。

$$25^2 - 15^2 = (25 + 15)(25 - 15)$$

$$= 40 \times \text{あ}$$

$$= \text{い}$$

あ

い

- 5 次の各問に答えなさい。

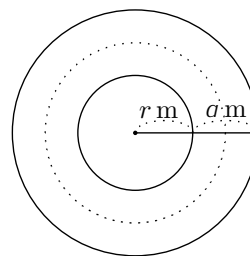
- (1) 2 つの続いた奇数の 2 乗の差は 8 の倍数になることを証明しなさい。

- (2) 奇数の平方から 1 をひいた数は 4 の倍数となることを証明しなさい。

- (3) 図のように半径 r m の円形の土地の周囲に幅 a m の道があります。この道の面積を S m²、道の真ん中を通る円周の長さを ℓ m とするとき、

$$S = a\ell$$

となります。このことを証明しなさい。



1

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| (1) $6x^2 - 2x$ | (2) $-2x^2 + 8xy - 6x$ |
| (3) $y^2 + 3xy$ | (4) $25a + 5b$ |
| (5) $-x^2 + 9x$ | (6) $xy + 4x + 5y + 20$ |
| (7) $2x^2 + x - 21$ | (8) $x^2 + 8x + 15$ |
| (9) $x^2 - 3x - 40$ | (10) $x^2 + 8x + 16$ |
| (11) $x^2 - 6x + 9$ | (12) $x^2 - 16$ |
| (13) $9x^2 + 6x + 1$ | (14) $25 - x^2$ |
| (15) $x^2 - 4y^2$ | (16) $5x^2 - 21xy + 4y^2$ |

(1)(4)(6)(8)(10)(12)(13) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2x(3x - 1) \\ &= 2x \times 3x + 2x \times (-1) \\ &= 6x^2 - 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (5a^2 + ab) \div \frac{1}{5}a \\ &= (5a^2 + ab) \div \frac{a}{5} \\ &= (5a^2 + ab) \times \frac{5}{a} \\ &= 5a^2 \times \frac{5}{a} + ab \times \frac{5}{a} \\ &= 25a + 5b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & (x + 5)(y + 4) \\ &= x(y + 4) + 5(y + 4) \\ &= xy + 4x + 5y + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad & (x + 3)(x + 5) \\ &= x^2 + (3 + 5)x + 3 \times 5 \\ &= x^2 + 8x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10) \quad & (x + 4)^2 \\ &= x^2 + 2 \times 4 \times x + 4^2 \\ &= x^2 + 8x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (12) \quad & (x + 4)(x - 4) \\ &= x^2 - 4^2 \\ &= x^2 - 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (13) \quad & (3x + 1)^2 \\ &= (3x)^2 + 2 \times (3x) \times 1 + 1^2 \\ &= 9x^2 + 6x + 1 \end{aligned}$$

(14) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (14) \quad & (5 + x)(5 - x) \\ &= 5^2 - x^2 \\ &= 25 - x^2 \quad (= -x^2 + 25) \end{aligned}$$

2

- (1) ㊸ 因数 (2) ㊸ 因数分解

3

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| (1) $7(x - 1)$ | (2) $2y(x - 2)$ |
| (3) $(x + 1)(x + 5)$ | (4) $(x + 2)(x + 6)$ |
| (5) $(x - 3)(x + 4)$ | (6) $(x + 4)^2$ |
| (7) $(x - 3)^2$ | (8) $(x + 5)(x - 5)$ |
| (9) $y(x + 1)(x - 1)$ | (10) $4(x + 3)^2$ |
| (11) $(7 + x)(7 - x)$ | (12) $(x + 9y)^2$ |

(1)(3)(7)(8)(9) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \quad & 7x - 7 \\ &= 7 \times x - 7 \times 1 \\ &= 7 \times (x - 1) \\ &= 7(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & x^2 + 6x + 5 \\ &= x^2 + (1 + 5)x + 1 \times 5 \\ &= (x + 1)(x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad & x^2 - 6x + 9 \\ &= x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= (x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad & x^2 - 25 \\ &= x^2 - 5^2 \\ &= (x + 5)(x - 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (9) \quad & x^2y - y \\ &= y(x^2 - 1) \\ &= y(x^2 - 1^2) \\ &= y(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

(10)(12) の解き方・考え方

$$(10) 4x^2 + 24x + 36$$

$$= 4(x^2 + 6x + 9)$$

$$= 4(x + 3)^2$$

$$(12) x^2 + 18xy + 81y^2$$

$$= x^2 + 2 \times 9y \times x + (9y)^2$$

$$= (x + 9y)^2$$

②の両辺に a をかけて

$$a\ell = a(2\pi r + \pi a)$$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \dots \textcircled{3}$$

よって、①,③より、

$$S = a\ell$$

■

4 ㉞ 10, ㉟ 400

5

(1) (証明)

n を整数とすると、2つの続いた奇数は $2n-1, 2n+1$ と表される。これらの2乗の差は

$$(2n+1)^2 - (2n-1)^2$$

$$= 4n^2 + 4n + 1 - (4n^2 - 4n + 1)$$

$$= 8n$$

n は整数だから、 $8n$ は8の倍数。よって、2つの続いた奇数の2乗の差は8の倍数になる。 ■

(2) (証明)

n を整数とすると、奇数は $2n+1$ と表される。この平方から1をひいた数は

$$(2n+1)^2 - 1$$

$$= 4n^2 + 4n + 1 - 1$$

$$= 4n^2 + 4n$$

$$= 4(n^2 + n)$$

$n^2 + n$ は整数だから、 $4(n^2 + n)$ は4の倍数。よって、奇数の平方から1をひいた数は4の倍数になる。 ■

(3) (証明)

$$S = \pi(r+a)^2 - \pi r^2$$

$$= \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^2$$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \dots \textcircled{1}$$

道の真ん中を通る円の半径は $\left(r + \frac{a}{2}\right)m$ であるから

$$\ell = 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right)$$

$$= 2\pi r + \pi a \dots \textcircled{2}$$

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「平方根の意味や大小関係について理解し、自然数を素因数分解できる」

☑ 正の数には平方根が2つあって、絶対値が等しく、符号が異なる。0の平方根は0だけである。

⑨ 根号を使って、5の平方根を表しなさい。

⑩ 解 $\sqrt{5}$ と $-\sqrt{5}$ (または、 $\pm\sqrt{5}$)

☑ 平方根の大小について、 a, b が正の数で、 $a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ である。

⑨ 例 3, $\sqrt{10}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

⑩ 解 $3^2 = 9, (\sqrt{10})^2 = 10$ で、 $9 < 10$ であるから、 $\sqrt{9} < \sqrt{10}$, すなわち $3 < \sqrt{10}$ (または、 $\sqrt{10} > 3$)

☑ 分数で表すことのできる数を有理数、分数で表すことのできない数を無理数という。

⑨ 例 $0.333\cdots$ は有理数か。

⑩ 解 $0.333\cdots = \frac{1}{3}$ より、分数で表すことのできる数なので有理数である。

📌 問題

1 次の各問に答えなさい。

(1) 根号を使って、7の平方根を表しなさい。

(2) 4, $\sqrt{15}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(3) $-2, -\sqrt{5}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(4) 次の数の中から無理数を選びなさい。

㊦ 2 ㊩ $\frac{1}{3}$ ㊧ $\sqrt{2}$ ㊨ $\sqrt{9}$

🔍 解答・解説

1

(1) $\sqrt{7}$ と $-\sqrt{7}$ (または、 $\pm\sqrt{7}$)

(2) $4^2 = 16, (\sqrt{15})^2 = 15$ で、 $16 > 15$ であるから
 $\sqrt{16} > \sqrt{15}$

すなわち $4 > \sqrt{15}$ (または、 $\sqrt{15} < 4$)

(3) $2^2 = 4, (\sqrt{5})^2 = 5$ で、

$4 < 5$ であるから $\sqrt{4} < \sqrt{5}$

すなわち $2 < \sqrt{5}$ (または、 $\sqrt{5} > 2$)

よって、 $-2 > -\sqrt{5}$ (または、 $-\sqrt{5} < -2$)

(4) ㊦ $2 = \frac{2}{1}$ ㊩ $\frac{1}{3}$ ㊨ $\sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1}$ より

答えは㊧

1 次の各問に答えなさい。

- (1) $\frac{1}{16}$ の平方根を次の手順で求めます。次の に当てはまる数や式をかきなさい。

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{\text{あ}}$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{\text{い}}$$

$\frac{1}{16}$ の平方根は、 と となる。

- (2) 3 の平方根は、 と の2つである。

2 次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{4} = \text{き}$, $-\sqrt{4} = \text{く}$

- (2) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{(-3) \times (-3)}$

$$= \sqrt{\text{け}}$$

$$= \text{こ}$$

3 次の各問に答えなさい。

- (1) 9 の平方根をかきなさい。

- (2) 0.3 の平方根をかきなさい。

4 次の数を求めなさい。

- (1) $(\sqrt{5})^2$

- (2) $(-\sqrt{11})^2$

5 次の に当てはまる数や式をかきなさい。

「3 と $\sqrt{10}$ の大小」を次のように考えました。

$$3^2 = \text{き}, \quad (\sqrt{10})^2 = \text{く} \quad \text{で、} 9 < 10 \quad \text{で}$$

あるから、 $\sqrt{9} < \sqrt{10}$

すなわち、 $< \sqrt{10}$

6 次の各問に答えなさい。

$$\frac{14}{3}, \frac{8}{7}, 0, \sqrt{2}, -1, \sqrt{16}, \pi, \frac{5}{\sqrt{5}}, (\sqrt{3})^2, \sqrt{\frac{64}{49}}$$

- (1) 整数を選びなさい。

- (2) 有理数を選びなさい。

- (3) 無理数を選びなさい。

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「平方根をふくむ式の計算ができる」

☑ 平方根の積と商について、 a, b を正の数とすると、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$

① 例 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ を計算しなさい。

② 解 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$

☑ 根号の中の数が、ある数の2乗との積になっているときは、 $a\sqrt{b}$ の形に変形ができる。

① 例 $\sqrt{12}$ を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

② 解 $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

☑ 分母に根号がある数は、分母と分子に同じ数をかけて、分母に根号がない形に表すことができる。分母に根号がない形に表すことを、分母を「有理化する」という。

① 例 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。

② 解 $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (または、 $\frac{2}{3}\sqrt{3}$)

☑ 同じ数の平方根をふくんだ式は、同類項をまとめるのと同じようにして簡単にすることができる。

① 例 $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ を計算しなさい。

② 解 $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (3 + 4)\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

✎ 問題

1 $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$ を計算しなさい。

2 $\sqrt{18}$ を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

3 $\frac{3}{\sqrt{6}}$ の分母を有理化しなさい。

4 次の計算をしなさい。

(1) $4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

(2) $5\sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}}$

🔍 解答・解説

1 $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$
 $= \sqrt{3 \times 7}$
 $= \sqrt{21}$

2 $\sqrt{18}$
 $= \sqrt{9 \times 2}$
 $= \sqrt{9} \times \sqrt{2}$
 $= 3\sqrt{2}$

3 $\frac{3}{\sqrt{6}}$
 $= \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$
 $= \frac{3\sqrt{6}}{6}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{2}$ (または、 $\frac{1}{2}\sqrt{6}$)

4 (1)
 $4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$
 $= (4 - 3)\sqrt{2}$
 $= 1\sqrt{2}$
 $= \sqrt{2}$
 (2) $5\sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}}$
 $= 5\sqrt{5} + \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$
 $= 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
 $= 7\sqrt{5}$

【問題演習 322】

年 組 番 氏名

7 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

(2) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

(4) $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$

(5) $\sqrt{36} \div \sqrt{6}$

8 次の各問に答えなさい。

(1) $2\sqrt{5}$ を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

(2) $\sqrt{24}$ を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

(3) $\sqrt{\frac{3}{16}}$ を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

(4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ を分母に根号がない形にしなさい。

(5) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ を分母に根号がない形にしなさい。

9 次の計算をしなさい。

(1) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{10} + \sqrt{10}$

(3) $3\sqrt{8} - 3\sqrt{32}$

(4) $\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}}$

(5) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2)$

学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「測定値の表し方について理解する」

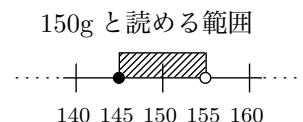
- ☑ 真の値ではないが、それに近い値を「近似値」という。近似値から真の値をひいた差を「誤差」という。

④ 小麦粉の重さを、最小の目もりが10gのはかりではかったら、150gでした。

この測定値は、一の位を四捨五入したものです。真の値の範囲を答えなさい。

⑤ 最小の目もりが10gのはかりではかった測定値150gは、十の位未満を四捨五入したものであるから、150の百の位と十の位の数字1,5は信頼できるが、一の位の0はたんに位取りを示しているだけで信頼できない数字である。

よって、真の値を a とすると、 a の範囲は、 $145 \leq a < 155$ といえる。



- ☑ 近似値を表す数字のうち、信頼できる数字を「有効数字」という。測定値について、どこまでが有効数字であるかをはっきりさせたいときは、(整数部分が1けたの数) × (10の累乗)の形に表すことがある。

④ ある距離の測定値1860mの有効数字が、1,8,6のとき、この測定値を、(整数部分が1けたの数) × (10の累乗)の形に表しなさい。

⑤ $1.86 \times 10^3\text{m}$

問題

1 次の各問に答えなさい。

- (1) 小麦粉の重さを、最小の目もりが100gのはかりではかったら、900gでした。この測定値は、十の位を四捨五入したものです。真の値の範囲を答えなさい。

- (2) ある距離の測定値2600mの有効数字が、2,6,0のとき、この測定値を、(整数部分が1けたの数) × (10の累乗)の形に表しなさい。

解答・解説

1

- (1) 最小の目もりが100gのはかりではかった測定値900gは、百の位未満を四捨五入したものであるから、900の百の位の数字9は信頼できるが、十の位と一の位の0はたんに位取りを示しているだけで信頼できない数字である。よって、真の値を a とすると、 a の範囲は、 $850 \leq a < 950$ といえる。

- (2) $2.60 \times 10^3\text{m}$

10 次の に当てはまる言葉をかきなさい。

- (1) 真の値ではないが、それに近い値を という。

- (2) ㉔から真の値をひいた差を という。

11 ある数 a の小数第 2 位を四捨五入したら、3.4 になりました。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1) a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。

- (2) このときの誤差の絶対値は大きくてもどのくらいと考えられますか。

12 ある数 a を 20 でわり、商の小数第 1 位を四捨五入したら 6 になりました。このような a のうちで、もっとも小さい数を求めなさい。

13 ㉔を表す数字のうち、信頼できる数字を という。

14 次の各問に答えなさい。

- (1) 2 地点 A,B 間の距離をはかり、10m 未満を四捨五入して、測定値 3650m を得ました。この測定値の有効数字をいいなさい。

- (2) (1) の 3650m を、どこまでが有効数字かをはっきりさせた形で表しなさい。

m

15 次の測定値を、どこまでが有効数字かをはっきりさせた形で表しなさい。

- (1) ある距離の測定値 4200m の有効数字が、4,2

m

- (2) ある重さの測定値 570g の有効数字が 5,7,0

m

1

- (1) ㉔ 16, ㉕ 16, ㉖ $\frac{1}{4}$, ㉗ $-\frac{1}{4}$
 (2) ㉘ $\sqrt{3}$, ㉙ $-\sqrt{3}$

2

- (1) ㉚ 2, ㉛ -2 (2) ㉜ 9, ㉝ 3

3

- (1) ± 3 (2) $\pm\sqrt{0.3}$

(1) の解き方・考え方

2乗して9になる数は、3と -3 。よって、 ± 3

4

- (1) 5 (2) 11

5

- ㉞ 9, ㉟ 10, ㊱ 3

6

- (1) -1 , $\sqrt{16}$, $(\sqrt{3})^2$, 0
 (2) $\frac{14}{3}$, $\frac{8}{7}$, 0 , -1 , $\sqrt{16}$, $(\sqrt{3})^2$, $\sqrt{\frac{64}{49}}$
 (3) $\sqrt{2}$, π , $\frac{5}{\sqrt{5}}$

(3) の解き方・考え方

$\sqrt{2}$ は、1.41421356...と、どこまでも続く終わりのない小数で、分数で表すことができないので無理数。円周率 π も無理数であることがわかっている。

7

- (1) $\sqrt{6}$ (2) 3 (3) $\sqrt{14}$ (4) 9 (5) $\sqrt{6}$

(1)(2) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ = \sqrt{2 \times 3} \\ = \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} \\ = \sqrt{\frac{27}{3}} \\ = \sqrt{9} \\ = 3 \end{aligned}$$

8

- (1) $\sqrt{20}$ (2) $2\sqrt{6}$
 (3) $\frac{1}{4}\sqrt{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (5) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (または $\frac{3}{5}\sqrt{5}$)

(1)(2) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) 2\sqrt{5} \\ = \sqrt{4} \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{24} \\ = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3} \\ = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ = 2 \times \sqrt{6} \\ = 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

9

- (1) $7\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{10}$ (3) $-6\sqrt{2}$
 (4) $-2\sqrt{3}$ (5) $5+2\sqrt{5}$

(1) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ = (5+2)\sqrt{3} \\ = 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

(2)(4)(5) の解き方・考え方

$$\begin{aligned}(2) & \sqrt{10} + \sqrt{10} \\ &= 1\sqrt{10} + 1\sqrt{10} \\ &= (1+1)\sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) & \sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{\frac{81}{3}} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{27} \\ &= 1\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) & \sqrt{5}(\sqrt{5} + 2) \\ &= \sqrt{5} \times \sqrt{5} + \sqrt{5} \times 2 \\ &= 5 + 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

14

(1) 3, 6, 5

(2) $3.65 \times 10^3\text{m}$

15

(1) $4.2 \times 10^3\text{m}$

(2) $5.70 \times 10^2\text{g}$

10

(1) ㊸ 近似値 (2) ㊹ 誤差

11

(1) $3.35 \leq a < 3.45$

(2) 0.05

12 110

解き方・考え方

小数第 1 位を四捨五入したら 6 になるので、商の範囲は、

$$5.5 \leq \text{商} < 6.5$$

となる。商に 20 をかけると a になるので、

$$5.5 \times 20 \leq \text{商} \times 20 < 6.5 \times 20$$

$$110 \leq a < 130$$

よって、もっとも小さい数は 110

13

㉔ 有効数字

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「2次方程式の解の特徴を理解し、平方根や因数分解の考えを使って解くことができる」

☑ $ax^2 + c = 0$ の形をした2次方程式は、平方根の考えを使って解くことができる。

① 例 $8x^2 - 24 = 0$ を解きなさい。

● 解 $8x^2 - 24 = 0 \xrightarrow{\text{移項}} 8x^2 = 24 \xrightarrow{\text{両辺} \div 8} x^2 = 3 \xrightarrow{\text{平方根}} x = \pm\sqrt{3}$

☑ $(x + \triangle)^2 = \bigcirc$ の形をした2次方程式は、かっこの中をひとまとまりのものとみて、平方根の考えを使って解くことができる。

① 例 $(x + 3)^2 = 6$ を解きなさい。

● 解 $(x + 3)^2 = 6 \xrightarrow{\text{平方根}} x + 3 = \pm\sqrt{6} \xrightarrow{\text{移項}} x = -3 \pm \sqrt{6}$

☑ 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の左辺が因数分解できるときは、「 $AB = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ 」を利用して解くことができる。

① 例 $x^2 - x - 20 = 0$ を解きなさい。

● 解 $x^2 - x - 20 = 0 \xrightarrow{\text{因数分解}} (x + 4)(x - 5) = 0 \rightarrow x + 4 = 0, \text{または } x - 5 = 0 \text{ よって、} x = -4, x = 5$

☑ 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ で、 a, b, c の値がわかれば、2次方程式の解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ にそれぞれの値を代入して、解を求めることができる。

① 例 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ を解きなさい。

● 解 $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm 1}{4}$ よって、 $x = \frac{3}{2}, x = 1$

✎ 問題

1 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $5x^2 - 60 = 0$

(2) $(x + 5)^2 - 20 = 0$

(3) $x^2 + x - 56 = 0$

(4) $3x^2 + x - 2 = 0$

🔍 解答・解説

1

(1) $5x^2 - 60 = 0$

$5x^2 = 60$

$x^2 = 12$

$x = \pm 2\sqrt{3}$

(2) $(x + 5)^2 - 20 = 0$

$(x + 5)^2 = 20$

$x + 5 = \pm 2\sqrt{5}$

$x = -5 \pm 2\sqrt{5}$

(3) $x^2 + x - 56 = 0$

$(x + 8)(x - 7) = 0$

$x = -8, x = 7$

(4) $3x^2 + x - 2 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$

$x = \frac{-1 \pm 5}{6}$

よって、 $x = \frac{2}{3}, x = -1$

【問題演習 331】

年 組 番 氏名

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x + 3)(x + 4) = 0$

(2) $x(x - 7) = 0$

(3) $x^2 - x - 30 = 0$

(4) $x^2 - 3x = 0$

(5) $3x^2 = 15$

(6) $2x^2 - 24 = 0$

(7) $(x - 2)^2 = 9$

(8) $(x + 1)(x - 5) = 16$

(9) $x^2 + 2x - 4 = 0$

(10) $2x^2 + 6x + 3 = 0$

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「2次方程式を活用して、いろいろな問題を解くことができる」

☑ 2次方程式を利用して文章題を解くとき、方程式の解がそのまま答えになるとは限らない。

⑧ 例 大小2つの整数があります。その差は2で、積は35です。2つの整数を求めなさい。

● 解 小さいほうの整数を x とすると、大きいほうの整数は $x+2$ と表される。2つの整数の積が35であるから

$$x(x+2) = 35$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x+7)(x-5) = 0 \quad \text{したがって、} x = -7, x = 5$$

$x = -7$ のとき、大きいほうの整数は $-7+2 = -5$

$x = 5$ のとき、大きいほうの整数は $5+2 = 7$

これらは問題に適している。 答え -7 と -5 , 5 と 7

✎ 問題

1 大小2つの整数があります。その差は4で、積は45です。2つの整数を求めなさい。

🔍 解答・解説

1

小さいほうの整数を x とすると、大きいほうの整数は $x+4$ と表される。2つの整数の積が45であるから

$$x(x+4) = 45$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0 \quad \text{したがって、} x = -9, x = 5$$

$x = -9$ のとき、大きいほうの整数は $-9+4 = -5$

$x = 5$ のとき、大きいほうの整数は $5+4 = 9$

これらは問題に適している。 答え -9 と -5 , 5 と 9

2 2 次方程式 $x^2 - 2x + a = 0$ の解の 1 つは $1 - \sqrt{2}$ である。このとき、次の各問に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

$a =$

(2) もう 1 つの解を求めなさい。

3 大小 2 つの整数があります。その差は 7 で、積は 18 です。2 つの整数を求めなさい。

4 大小 2 つの正方形があります。

2 つの正方形の面積の和は、 34cm^2 であり、大きい正方形の 1 辺の長さは、小さい正方形の 1 辺の長さより 2cm 長い。小さい正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

(1) このことを次のように考えます。□ に共通する式を入れて、方程式を立てなさい。

(解き方)

小さい正方形の 1 辺の長さを x とすると、大きい正方形の 1 辺の長さは、□ と表される。

これより、小さい正方形の面積は x^2 、大きい正方形の面積は、(□)² と表される。

2 つの正方形の面積の和が 34cm^2 であるので、

$$x^2 + (\square)^2 = 34 \cdots \text{①}$$

という 2 次方程式が立てられる。

(2) ①を解いて、小さい正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

cm

1

- (1) $x = -3, x = -4$ (2) $x = 0, x = 7$
 (3) $x = -5, x = 6$ (4) $x = 0, x = 3$
 (5) $x = \pm\sqrt{5}$ (6) $x = \pm 2\sqrt{3}$
 (7) $x = 5, x = -1$ (8) $x = 7, x = -3$
 (9) $x = -1 \pm \sqrt{5}$ (10) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$

(1)(2)(5)(6)(7)の解き方・考え方

(1) $(x+3)(x+4) = 0$ で、 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ より、

$$x+3=0 \text{ または } x+4=0$$

よって、 $x = -3, x = -4$

(2) $x(x-7) = 0$ で、 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ より、

$$x=0 \text{ または } x-7=0$$

よって、 $x = 0, x = 7$

(5) $3x^2 = 15$ で、両辺を3でわって、

$$x^2 = 5$$

2乗して5になる数は、 $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ より、

$$x = \pm\sqrt{5}$$

(6) $2x^2 - 24 = 0$ で、両辺を2でわって、

$$x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 = 12$$

$$x = \pm\sqrt{12}$$

$$x^2 = \pm 2\sqrt{3}$$

(7) $(x-2)^2 = 9$ で、2乗して9になる数は、3、-3より、

$$x-2=3 \text{ または } x-2=-3$$

よって、 $x = 5, x = -1$

(8)(9)(10)の解き方・考え方

(8) $(x+1)(x-5) = 16$ の左辺を展開して整理すると、

$$x^2 - 4x - 5 = 16$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

よって、 $x = 7, x = -3$

(9) $x^2 + 2x - 4 = 0$ で

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ のとき、} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ より}$$

$a = 1, b = 2, c = -4$ を代入して、

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

(10) $2x^2 + 6x + 3 = 0$ で

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ のとき、} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ より}$$

$a = 2, b = 6, c = 3$ を代入して、

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4}$$

$$x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

2

- (1) $a = -1$ (2) $x = 1 + \sqrt{2}$

(1)(2) の解き方・考え方

(1) 方程式を成り立たせる文字の値を方程式の解というので、 $x = 1 - \sqrt{2}$ を $x^2 - 2x + a = 0$ に代入すると式が成り立つ。代入すると、

$$\begin{aligned}(1 - \sqrt{2})^2 - 2(1 - \sqrt{2}) + a &= 0 \\ 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 2 + 2\sqrt{2} + a &= 0 \\ a &= -1\end{aligned}$$

(2) $a = -1$ より、方程式は $x^2 - 2x - 1 = 0$ となる。これを解くと、

$$\begin{aligned}x &= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} \\ &= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ &= 1 \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

よって、もう 1 つの解は、 $1 + \sqrt{2}$

3 2 と 9, -9 と -2

4

(1) $x + 2$ (2) 3cm

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて「関数 $y = ax^2$ について、 x と y の関係をとらえることができる」

☑ y が x の関数で、 $y = ax^2$ と表されるとき、 y は x の2乗に比例するという。

⑧ 例 y は x の2乗に比例し、 $x = 2$ のとき、 $y = 20$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。

● 解 y は x の2乗に比例するから、 $y = ax^2$ と書くことができる。

$x = 2$ のとき、 $y = 20$ であるから、 $20 = a \times 2^2$ $a = 5$ よって、答え $y = 5x^2$

☑ 関数 $y = ax^2$ では、 x がどの値からどの値まで増加するかによって、変化の割合は異なっていて、一定ではない。

⑧ 例 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が1から7まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

● 解 $x = 1$ のとき $y = \frac{1}{4} \times 1^2 = \frac{1}{4}$, $x = 7$ のとき $y = \frac{1}{4} \times 7^2 = \frac{49}{4}$

したがって、変化の割合は $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{\frac{49}{4} - \frac{1}{4}}{7 - 1} = \frac{12}{6} = 2$ よって、答え 2

✎ 問題

1 次の各問に答えなさい。

(1) y は x の2乗に比例し、 $x = -3$ のとき、 $y = 27$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。

(2) 関数 $y = \frac{2}{3}x^2$ について、 x の値が -2 から8まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

🔍 解答・解説

1

(1) y は x の2乗に比例するから、 $y = ax^2$ と書くことができる。

$x = -3$ のとき、 $y = 27$ であるから、 $27 = a \times (-3)^2$ $a = 3$ よって、答え $y = 3x^2$

(2) $x = -2$ のとき $y = \frac{2}{3} \times (-2)^2 = \frac{8}{3}$, $x = 8$ のとき $y = \frac{2}{3} \times 8^2 = \frac{128}{3}$

したがって、変化の割合は $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{\frac{128}{3} - \frac{8}{3}}{8 - (-2)} = \frac{40}{10} = 4$ よって、答え 4

【問題演習 341(1)】

年 組 番 氏名

1 【1年生の復習】 y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = 3$ です。このとき、 に数や式を入れなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$

$x = 2, y = 3$ を代入すると、

$$3 = \frac{a}{2}$$

$$a = \text{あ}$$

$$\text{したがって、} y = \text{い}$$

$$\text{あ}$$

$$\text{い}$$

(2) $x = -2$ のときの y の値を求めなさい。

(1) で求めた式に $x = -2$ を代入すると、

$$y = \frac{\text{う}}{-2}$$

$$\text{したがって、} y = \text{え}$$

$$\text{う}$$

$$\text{え}$$

2 次の各問に答えなさい。

y は x の2乗に比例し、 $x = 4$ のとき、 $y = 48$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。

y は x の2乗に比例するので、

$y = ax^2$ に $x = 4, y = 48$ を代入すると、

$$\text{お} = a \times 4^2$$

$$\text{お} = 16a$$

$$a = \text{か}$$

$$\text{したがって、} y = \text{き} x^2$$

$$\text{お}$$

$$\text{か}$$

$$\text{き}$$

3 次の各問に答えなさい。

(1) 関数 $y = 2x^2$ について、 x の値が3から5まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$$$

(2) 関数 $y = 2x^2$ について、 x の値が-3から-1まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$$$

(3) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が1から3まで増加したときの変化の割合が4となるように a の値を定めなさい。

$$$$

学習内容と例題

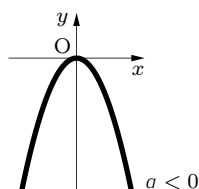
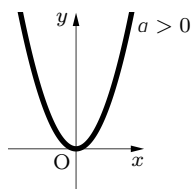
年 組 番 氏名

めあて「 $y = ax^2$ のグラフをかいたり、読んだりできる」

☑ $y = ax^2$ のグラフは次の性質をもつ。

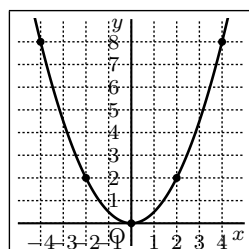
(1) 原点を通る。

(2) y 軸について対称な曲線である。 $a > 0$ のときは、上に開いた形、 $a < 0$ のときは、下に開いた形になる。



(3) a の値の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さい。

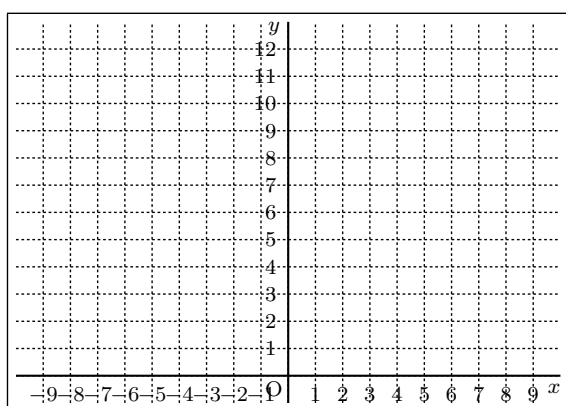
例 次の関数のグラフをみて、 y を x の式で表しなさい。



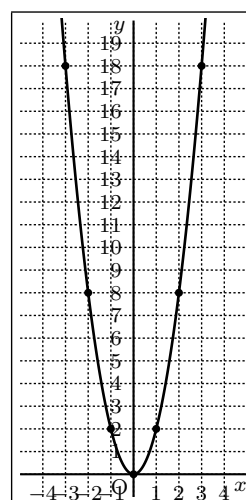
解 グラフは点 $(2, 2)$ を通っているから、 $y = ax^2$ に $x = 2, y = 2$ を代入すると、 $a = \frac{1}{2}$ よって、 $y = \frac{1}{2}x^2$

問題

1 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフをかきなさい。



2 次のグラフをみて、 y を x の式で表しなさい。



解答・解説

1 点 $(0, 0), (3, 3), (6, 12), (-3, 3), (-6, 12)$ を通り、上に開いた形の放物線にかく。

2 $y = 2x^2$

【問題演習 341(2)】

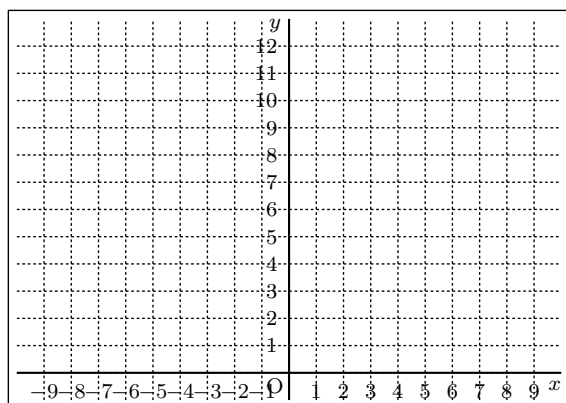
年 組 番 氏名

4 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、次の各問に答えなさい。

- (1) 次の表の空らんにあてはまる数を求め、表を完成させなさい。

x	...	-5	-4	-2	0	2	4	5	...
y	...								...

- (2) $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

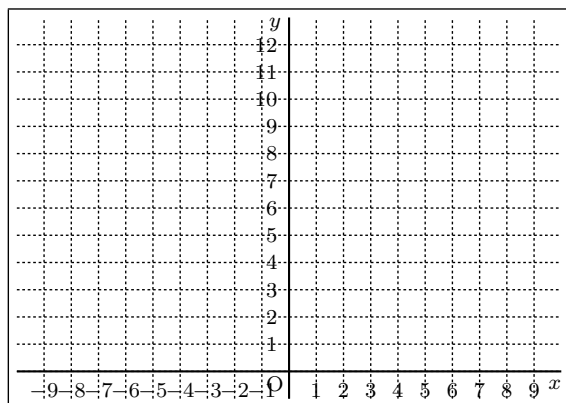


5 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、次の各問に答えなさい。

- (1) 次の表の空らんにあてはまる数を求め、表を完成させなさい。

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...								...

- (2) $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフをかきなさい。



6 次の関数㉗～㉞について、各問に当てはまるものをすべて記号で答えなさい。

㉗ $y = x^2$ ㉙ $y = 2x^2$

㉘ $y = -x^2$ ㉚ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉜ $y = \frac{1}{3}x^2$ ㉞ $y = -0.5x^2$

- (1) グラフが下に開いた形をしたものはどれですか。

- (2) グラフの開き方がもっとも大きいものはどれですか。

- (3) グラフが x 軸について対称なものの組を挙げなさい。

- (4) グラフが点 $(2, -2)$ を通るものはどれですか。

- (5) x の変域が $x < 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値も増加するものはどれですか。

学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて「身の回りの問題を関数 $y = ax^2$ を利用して解決できる」

☑ 2 乗に比例する関係がある 2 つの量では、一方の値からもう一方の値を知ることができる。

⑧ 高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、

$y = 4.9x^2$ の関係があります。落ち始めてから 10 秒間では、何m 落ちますか。

● 解 $y = 4.9x^2$ に $x = 10$ を代入すると、 $y = 490$ よって、答え 490m 落ちる。

⑨ 1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると、 $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係がある。

1 往復するのに 6 秒かかる振り子の長さを求めなさい。

● 解 $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 6$ を代入すると、 $y = 9$ よって、答え 9m

問題

1 高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 $y = 4.9x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。

(1) 落ち始めてから 3 秒間では、何m 落ちますか。

(2) 122.5m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒かかりますか。

2 1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると、 $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。

(1) 1 往復するのに 4 秒かかる振り子の長さを求めなさい。

(2) 長さが 1m の振り子が、1 往復するのにかかる時間を求めなさい。

3 1 枚の紙を半分に切り、切ってできた 2 枚を重ねて、さらに半分に切ります。 x 回切ったときにできる紙の枚数を y 枚とすると、 y は x の関数であるといえますか。

解答・解説

1

(1) $y = 4.9x^2$ に $x = 3$ を代入すると、 $y = 44.1$ よって、答え 44.1m 落ちる。

(2) $y = 4.9x^2$ に $y = 122.5$ を代入すると、 $4.9x^2 = 122.5$ より、 $x^2 = 25$ 、よって $x = \pm 5$
 $x > 0$ より、 $x = 5$ よって、答え 5 秒かかる。

2

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 4$ を代入すると、 $y = 4$ よって、答え 4m

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $y = 1$ を代入すると、 $\frac{1}{4}x^2 = 1$ より、 $x^2 = 4$ 、よって、 $x = \pm 2$
 $x > 0$ より、 $x = 2$ よって、答え 2 秒

3

いえる。 $(x$ の値を 1 つ決めると y の値がただ 1 つに決まるため)

【問題演習 342,343】

年 組 番 氏名

7 高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 $y = 4.9x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1) 落ち始めてから 2 秒間では、何 m 落ちますか。

m

- (2) 176.4m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒かかりますか。

秒

8 1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると、 $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1) 1 往復するのに 2 秒かかる振り子の長さを求めなさい。

m

- (2) 長さが 9m の振り子が、1 往復するのにかかる時間を求めなさい。

秒

9 2 つの関数 $y = x^2$ と $y = ax^2$ ($a < 0$) のグラフが、点 $(-4, 0)$ を通り y 軸に平行な直線とそれぞれ点 A、B で交わっている。ここで、線分 AB の中点を C とすると、その y 座標は 2 である。また、 $y = x^2$ のグラフ上を動き、その x 座標は正である点を P とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 点 A、B の座標をそれぞれ求めなさい。

点 A の座標

点 B の座標

- (2) a の値を求めなさい。

- (3) $\triangle ACP$ の面積が 42 になるときの点 P の座標を求めなさい。

1

- (1) ㉔ 6, ㉕ $\frac{6}{x}$ (2) ㉖ 6, ㉗ -3

2

- ㉘ 48, ㉙ 3, ㉚ 3

3

- (1) 16 (2) -8 (3) $a = 1$

(1)(3) の解き方・考え方

(1) x の値が3から5まで増加するとき、

$$x = 3 \text{ のとき、} y \text{ の値は } y = 2 \times 3^2 = 18$$

$$x = 5 \text{ のとき、} y \text{ の値は } y = 2 \times 5^2 = 50$$

したがって、変化の割合は、

$$\begin{aligned} \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} &= \frac{50 - 18}{5 - 3} \\ &= \frac{32}{2} \\ &= 16 \end{aligned}$$

(3) x の値が1から3まで増加するとき、

$$x = 1 \text{ のとき、} y \text{ の値は } y = a$$

$$x = 3 \text{ のとき、} y \text{ の値は } y = 9a$$

したがって、変化の割合は、

$$\begin{aligned} \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} &= \frac{9a - a}{3 - 1} \\ &= \frac{8a}{2} \\ &= 4a \end{aligned}$$

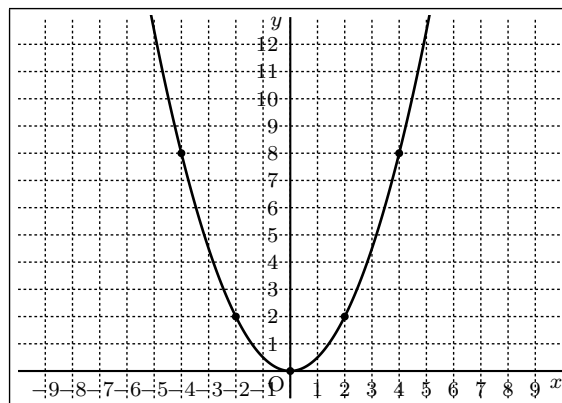
このときの変化の割合は4だから、

$$4a = 4$$

$$a = 1$$

4

(1)	x	$\cdots$	-5	-4	-2	0	2	4	5	$\cdots$
	y	$\cdots$	12.5	8	2	0	2	8	12.5	$\cdots$

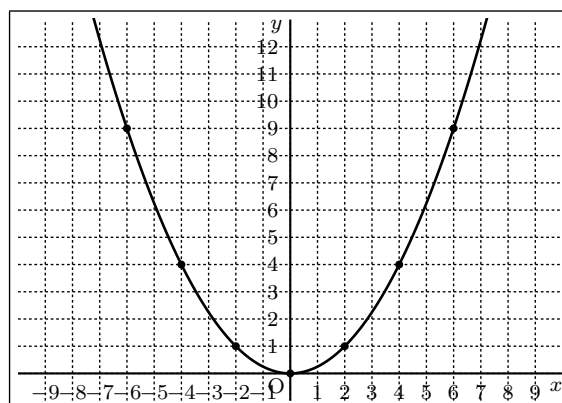


(2)

5

(1)

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$



(2)

6

(1) ㉘, ㉙

(2) ㉚

(3) ㉗と㉘, ㉙と㉚

(4) ㉚

(5) ㉘, ㉙

(1)(2)(3)(4)(5) の解き方・考え方

(1) $y = ax^2$ で、 $a < 0$ であるものを選ぶ。

(2) a の値の絶対値が最も小さいものを選ぶ。

(3) a の値の絶対値が等しいものの組を挙げる。

(4) $x = 2, y = -2$ を代入し式が成り立つものを選ぶ。

(5) 「 x の変域が $x < 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値も増加する」とき、グラフは $x < 0$ の範囲で傾きが正(右上がりのグラフ)になる。 $y = ax^2$ でこの条件を満たすのは、 $a < 0$ のときであるから、(1)と同じ答えとなる。

7

- (1) 19.6m (2) 6 秒

8

- (1) 1m (2) 6 秒

9

- (1) (点 A の座標)(-4, 16) (点 B の座標)(-4, -12)

(2) $a = -\frac{3}{4}$

- (3) P(2, 4)

(1)(2)(3) の解き方・考え方

- (1) 点 B の座標を
- $(-4, b)$
- とする。

これを、 $y = x^2$ に代入すると、 $b = 16$ となる。よって、点 B の座標は、 $(-4, 16)$ 次に、点 A の座標を $(-4, a)$ とする。

C(-4, 2) は AB の中点より、

$$\frac{16 + a}{2} = 2$$

$$a = -12$$

よって、点 A の座標は、 $(-4, -12)$

- (2) (1) より、
- $y = ax^2$
- に
- $(-4, -12)$
- を代入して、

$$-12 = 16a$$

$$a = -\frac{3}{4}$$

- (3)
- $\triangle ACP$
- で、
- $AC = 2 - (-12) = 14$
- より、
-
- AC を底辺としたときの高さを
- h
- とすると、

$$14 \times h \times \frac{1}{2} = 42$$

$$h = 6$$

点 P の座標を (p, q) とすると、

$$p - (-4) = 6$$

$$p = 2$$

 $(2, q)$ を $y = x^2$ に代入して、 $q = 4$

よって、P(2, 4)

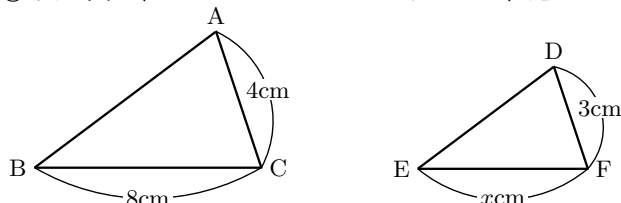
学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「相似な図形の性質を理解し、2つの図形が相似であるかどうか判断できる」

☑ 相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

例 次の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、辺 EF の長さを $x\text{cm}$ として、その値を求めなさい。



解 相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しいから、

$$4 : 3 = 8 : x$$

$$4x = 24$$

$$x = 6$$

☑ 2つの三角形は、次のどれかが成り立つとき相似である。

- ① 3組の辺の比がすべて等しい。
- ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- ③ 2組の角がそれぞれ等しい。

例 図で、 $\angle ADE = \angle ABC$ のとき、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ となることを証明しなさい。

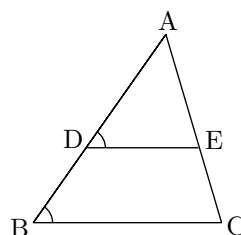
解 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において

仮定から $\angle ADE = \angle ABC \dots ①$

また、 $\angle A$ は共通 $\dots ②$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから

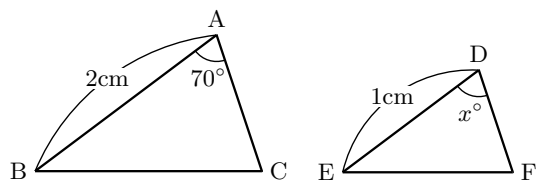
$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ■



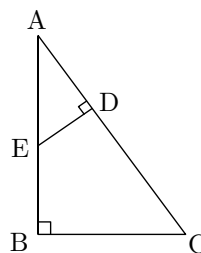
問題

1 次の各問に答えなさい。

- (1) 次の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、 $\angle EDF$ の大きさを x としてその値を求めなさい。



- (2) 図で、 $\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ$ のとき、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ となることを証明しなさい。



解答・解説

1

- (1) 相似な図形では、対応する角の大きさはそれぞれ等しいから、 $x = 70$

- (2) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において

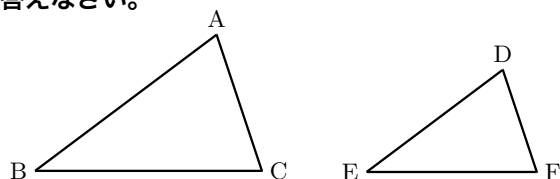
仮定から $\angle ADE = \angle ABC \dots ①$

また、 $\angle A$ は共通 $\dots ②$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ■

1 次の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、次の各問に答えなさい。

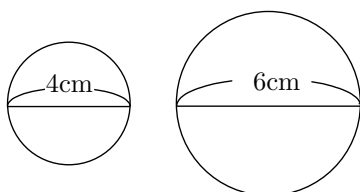


(1) $\angle B$ に対応する角をいいなさい。

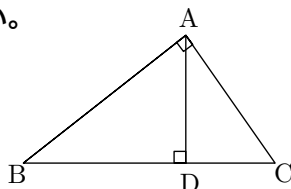
(2) 辺 AB に対応する辺をいいなさい。

(3) $\angle A = 85^\circ$ のとき、 $\angle D$ の大きさをいいなさい。

2 次の2つの円は相似で、その相似比は半径の長さに等しい。直径がそれぞれ 4cm、6cm のとき、2つの円の相似比を求めなさい。

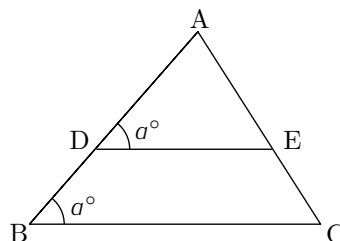


3 図は、 $\angle A = 90^\circ$ である直角三角形 ABC で、点 A から辺 BC に垂線 AD をひいたものです。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ となることを証明しなさい。



4 図で、相似な三角形を記号 $\sim$ を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

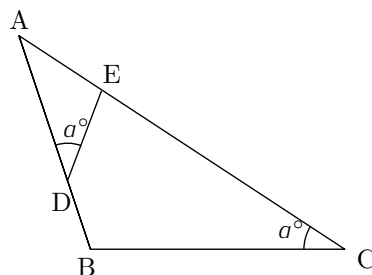
(1)



相似な三角形

三角形の相似条件

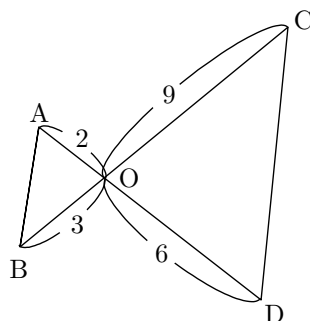
(2)



相似な三角形

三角形の相似条件

(3)



相似な三角形

三角形の相似条件

学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「三角形の1辺に平行な直線が、他の2辺に交わってできる線分の比について理解する」

☑ 【三角形と比の定理】 図で、

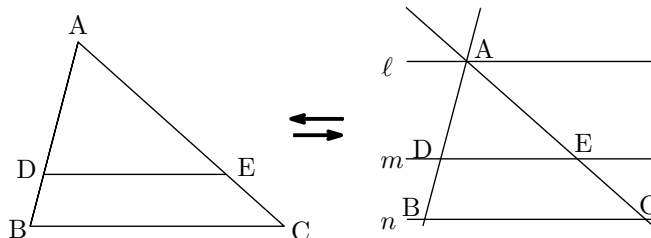
(1) $DE \parallel BC$ ならば $AD:AB=AE:AC=DE:BC$

(2) $DE \parallel BC$ ならば $AD:DB=AE:EC$

☑ 【三角形と比の定理の逆】 図で、

(1) $AD:AB=AE:AC=DE:BC$ ならば $DE \parallel BC$

(2) $AD:DB=AE:EC$ ならば $DE \parallel BC$



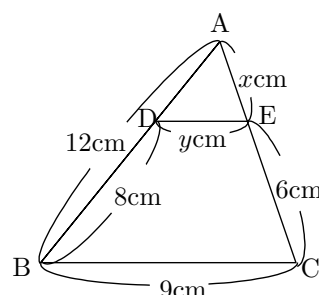
例 次の図で、 $DE \parallel BC$ とするとき、 x, y の値を求めなさい。

解 図より、 $AD = 4\text{cm}$ で、 $AD:AB = 4:12 = 1:3$ であるので、

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の相似比は $1:3$ である。

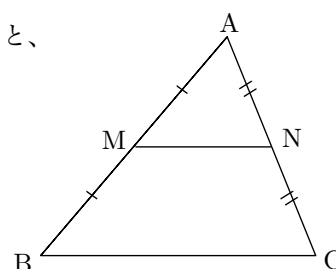
$x:(x+6) = 1:3$ より、 $3x = x+6$ したがって、 $x = 3$

また、 $y:9 = 1:3$ より、 $y = 3$



☑ 【中点連結定理】 $\triangle ABC$ の2辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とすると、次の関係が成り立つ。

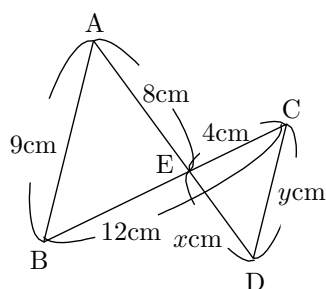
$$MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC$$



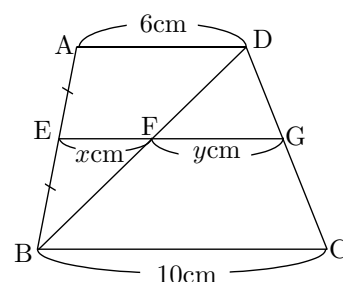
問題

1 次の各問に答えなさい。

(1) 次の図で、 $AB \parallel CD$ とするとき、 x, y の値を求めなさい。



(2) 次の図で、四角形 $ABCD$ は、 $AD \parallel BC$ の台形です。辺 AB の中点を E とし、 E から辺 BC に平行な直線をひき、 BD, CD との交点をそれぞれ F, G とします。このとき、 x, y の値を求めなさい。



解答・解説

1

(1) 図より、 $BE:EC = 8:4 = 2:1$ であるから、 $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ の相似比は、 $2:1$ である。

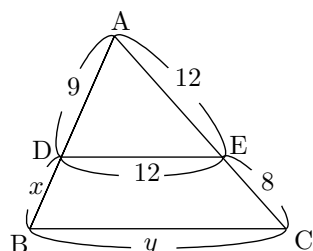
図から、 $8:x = 2:1$ より、 $2x = 8$ 、したがって、 $x = 4$ また、 $9:y = 2:1$ より、 $y = \frac{9}{2}$ (または、4.5)

(2) $\triangle BAD$ について、三角形と比の定理より、 F も BD の中点となることがわかる。同様に、 $\triangle DBC$ について、 G も辺 DC の中点となることがわかる。

したがって、それぞれの三角形について、中点連結定理より、 $x = 3, y = 5$ となることがわかる。

5 図で、 $DE \parallel BC$ であるとき、 x, y の値を求めなさい。

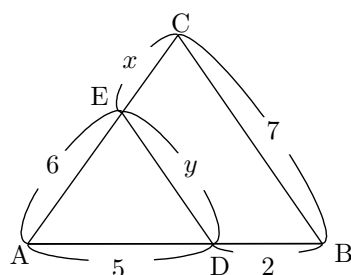
(1)



x の値

y の値

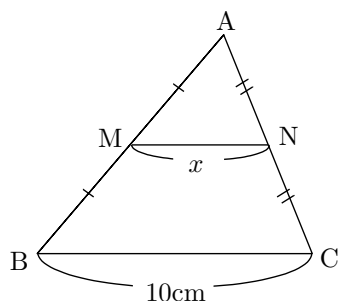
(2)



x の値

y の値

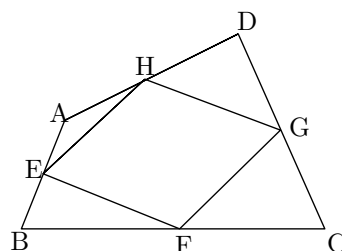
(3)



x の値

6 次の証明において、 に当てはまることがらを書きなさい。

(1) 図で、四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とするとき、四角形 EFGH は平行四辺形になります。このことを証明しなさい。



(証明)

四角形 ABCD の対角線 BD をひく。

$\triangle ABD$ において、 ① は AB の中点、 ② は AD の中点であるから、 ③ 定理より、

$$\text{④} = \frac{1}{2}BD, \quad \text{⑤} \parallel BD$$

$\triangle CBD$ においても同様にして、

$$\text{⑥} = \frac{1}{2}BD, \quad \text{⑦} \parallel BD$$

したがって、

$$\text{⑧} = \text{⑥}, \quad \text{⑨} \parallel \text{⑦}$$

よって ⑩ (平行四辺形になるための条件) から、四角形 EFGH は平行四辺形である。■

中学 3 年数学 5 章 相似な図形 3,4 節 相似な図形の面積の比と体積の比、相似な図形の活用

実施日 /

✎ 学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「相似比と面積比や体積比の関係を理解し、面積、体積を求めることができる」

☑ 相似な平面図形では、周の長さの比は相似比に等しく、面積比は相似比の 2 乗に等しい。

⑧ 例 相似な 2 つの図形 P, Q があり、その相似比は 2 : 3 です。P の面積が 20cm^2 のとき、Q の面積を求めなさい。

⑨ 解 相似比が 2 : 3 であるから、面積比は $2^2 : 3^2$, すなわち 4 : 9 となる。

Q の面積を x とすると、 $20 : x = 4 : 9$ よって、 $x = 45$ 答え 45cm^2

☑ 相似な立体では、体積比は相似比の 3 乗に等しい。

⑧ 例 相似な 2 つの三角柱 P, Q があり、その相似比は 1 : 2 です。Q の体積が 88cm^3 のとき、P の体積を求めなさい。

⑨ 解 相似比が 1 : 2 であるから、体積比は $1^3 : 2^3$, すなわち 1 : 8 となる。

P の体積を x とすると、 $x : 88 = 1 : 8$ よって、 $x = 11$ 答え 11cm^3

✎ 問題

1 次の各問に答えなさい。

(1) 相似な 2 つの図形 P, Q があり、その相似比は 4 : 5 です。P の面積が 64cm^2 のとき Q の面積を求めなさい。

(2) 相似な 2 つの三角柱 P, Q があり、その相似比は 3 : 2 です。Q の体積が 24cm^3 のとき、P の体積を求めなさい。

2 あるピザ屋のピザのサイズと値段は、次のようになっています。M サイズと L サイズではどちらを買ったほうが得になると考えられますか。理由に触れながら説明しなさい。ただし、ピザの厚さや具材は考えないものとし、ピザの形は円とみなすこととします。

	直径	値段
M サイズ	25cm	2600 円
L サイズ	36cm	3900 円

🔍 解答・解説

1

(1) 相似比が 4 : 5 であるから、面積比は $4^2 : 5^2$, すなわち 16 : 25 となる。

Q の面積を x とすると、 $64 : x = 16 : 25$ よって、 $x = 100$ 答え 100cm^2

(2) 相似比が 3 : 2 であるから、体積比は $3^3 : 2^3$, すなわち 27 : 8 となる。

P の体積を x とすると、 $x : 24 = 27 : 8$ よって、 $x = 81$ 答え 81cm^3

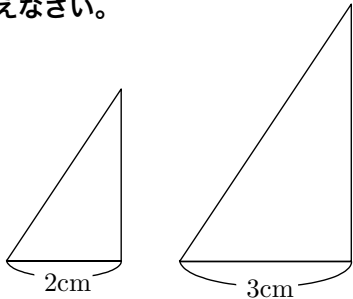
2

M サイズのピザと L サイズのピザの相似比は、直径の長さの比と等しいから、25 : 36 である。

ここで、面積比は相似比の 2 乗に等しいから、2 つのピザの面積比は、 $25^2 : 36^2$, すなわち、625 : 1296 値段は 1.5 倍であるが、面積は約 2 倍になっているので、L サイズを買ったほうが得になると考えられる。

年
 組
 番
 氏名

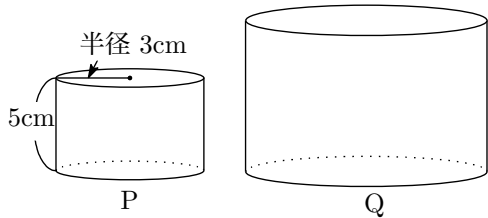
7
 2つの相似な直角三角形がある。このとき、次の各問に答えなさい。



(1) 周の長さを簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 面積を簡単な整数の比で表しなさい。

8
 底面の半径が 3cm で高さが 5cm の円柱 P がある。円柱 Q は円柱 P と相似で P と Q の相似比は 1 : 2 である。このとき、次の各問に答えなさい。ただし、円周率を π とする。



(1) 円柱 Q の表面積を求めなさい。

cm²

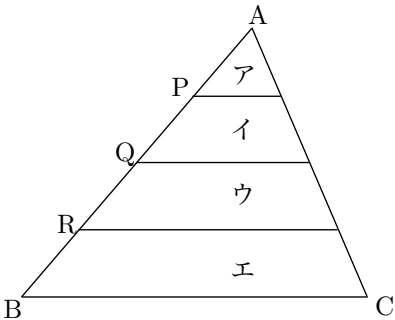
(2) 円柱 Q の体積を求めなさい。

cm³

(3) 円柱 P の形の容器に水を入れ、その水を円柱 Q に移す。何杯でいっぱいになるか答えなさい。

杯

9
 図で点 P, Q, R は $\triangle ABC$ の辺 AB を 4 等分する点で、それらを通る線分はいずれも辺 BC に平行である。アの面積が 1cm^2 のとき、イ, ウ, エの面積をそれぞれ求めなさい。

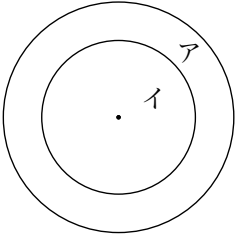


イ cm²

ウ cm²

エ cm²

10
 図のように、半径 2cm の円の中に同じ点を中心とする円をかき、2 つの円で囲まれた部分をア、内側の円をイとする。アとイの面積が等しいとき、内側の円の半径を求めなさい。



cm

1

- (1) $\angle E$ (2) 辺 DE (3) $\angle D = 85^\circ$

2 2 : 3

解き方・考え方

半径はそれぞれ 2cm と 3cm より、相似比は 2:3

3 (証明)

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ において

仮定より、 $\angle BAC = \angle BDA (= 90^\circ)$... ①

共通な角だから、 $\angle ABC = \angle DBA$... ②

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ ■

4

(1) (相似な三角形) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
(三角形の相似条件) 2組の角がそれぞれ等しい

(2) (相似な三角形) $\triangle ABC \sim \triangle AED$
(三角形の相似条件) 2組の角がそれぞれ等しい

(3) (相似な三角形) $\triangle OAB \sim \triangle ODC$
(三角形の相似条件) 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

5

(1) (x の値) 6
(y の値) 20

(2) (x の値) $\frac{12}{5}$
(y の値) 5

(3) (x の値) 5cm

(1)(3) の解き方・考え方

(1) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ より、

$$9 : (9 + x) = 12 : (12 + 8)$$

$$12(9 + x) = 9 \times 20$$

$$9 + x = 15$$

$$x = 6$$

$$12 : (12 + 8) = 12 : y$$

$$12 \times y = 20 \times 12$$

$$y = 20$$

(3) M は AB の中点、N は AC の中点であるから、
中点連結定理より、

$$MN = \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10$$

$$= 5$$

6

- ① E
② H
③ 中点連結
④ EH
⑤ FG
⑥ 1組の対辺が平行でその長さが等しい

7

- (1) 2 : 3 (2) 4 : 9

(1)(2) の解き方・考え方

(1) 相似な図形では、対応する線分の長さの比はすべて等しいから、周の長さの比も 2:3 である。

(2) 相似な三角形では、相似比が $m : n$ のとき、面積の比は $m^2 : n^2$ であるから、

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

8

- (1) $192\pi\text{cm}^2$ (2) $360\pi\text{cm}^3$ (3) 8 杯

9

イ 3cm^2

ウ 5cm^2

エ 7cm^2

10 $\sqrt{2}\text{cm}$

解き方・考え方

内側の円の面積と、外側の円の面積の比は $1:2$ より、
相似比は $\sqrt{1}:\sqrt{2}$ 、つまり $1:\sqrt{2}$

外側の円の半径は 2cm なので、内側の円の半径を x と
すると、

$$1:\sqrt{2} = x:2$$

$$\sqrt{2}x = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

学習内容と例題

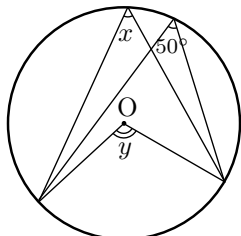
年 組 番 氏名

めあて 「円周角の定理を理解し、それを使っていろいろな角の大きさを求めることができる」

☑ 【円周角の定理】 1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。

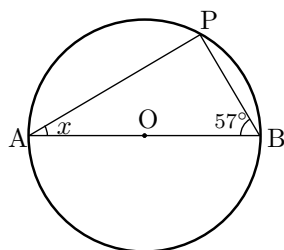
☑ 1つの円において (1) 等しい円周角に対する弧は等しい (2) 等しい弧に対する円周角は等しい。

例 次の図で、 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。 解 1つの弧に対する円周角の大きさは一定であるから、 $x = 50^\circ$
また、円周角は中心角の半分であるから、 $y = 100^\circ$



☑ 線分 AB を直径とする円の周上に A, B と異なる点 P をとれば、 $\angle APB = 90^\circ$ である。

例 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。 解 線分 AB は円 O の直径であるから、 $\angle APB = 90^\circ$
よって、 $x = 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$

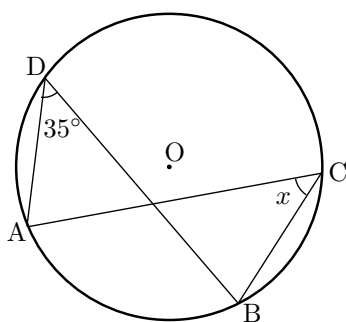


☑ 4点 A, B, P, Q について、P, Q が直線 AB の同じ側にあつて $\angle APB = \angle AQB$ ならば、この4点は1つの円周上にある。

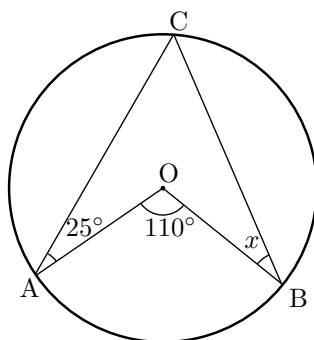
問題

1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

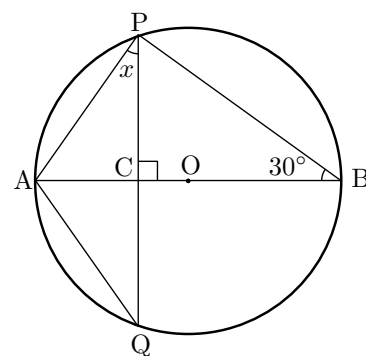
(1)



(2)



(3)



解答・解説

1

(1) $\angle ADB$ と $\angle ACB$ は、どちらも $\widehat{AB}$ に対する円周角であるから、 $x = 35^\circ$

(2) 図より、 $\angle ACB = 110^\circ \div 2 = 55^\circ$ 半径 OC をひくと、 $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ は二等辺三角形となり、その底角は等しいから、 $\angle OCA = 25^\circ$, $\angle OCB = x$ よって、 $55 = 25 + x$ したがって、 $x = 30^\circ$

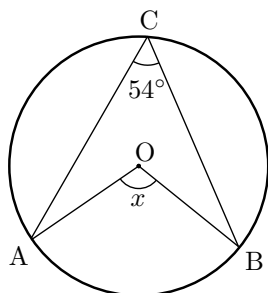
(3) 図より、 $\angle APB = 90^\circ$, $\angle CPB = 60^\circ$ よって、 $x = 30^\circ$

【問題演習 361】

年 組 番 氏名

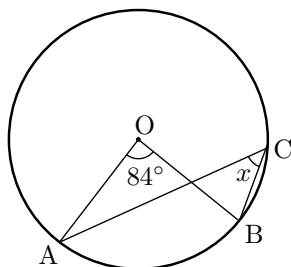
1 図で $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



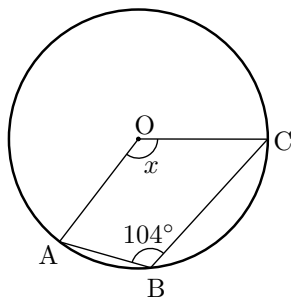
度

(2)



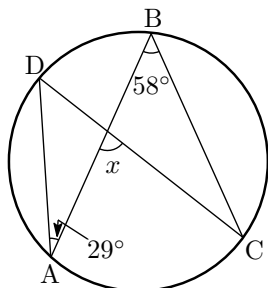
度

(3)



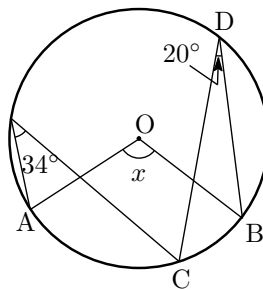
度

(4)



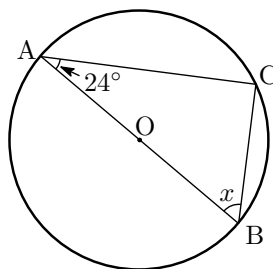
度

(5)



度

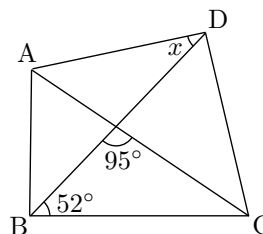
(6)



度

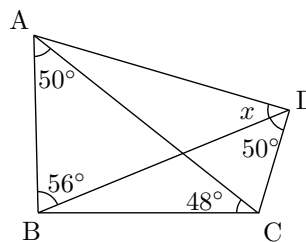
2 次の各問に答えなさい。

- (1) 図で $\angle x$ の大きさが何度のとき、A,B,C,D は 1 つの円周上にあるといえますか。



度

- (2) 図で AC, BD は四角形 ABCD の対角線である。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



度

学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「円周角の定理を活用して作図したり、いろいろな問題を解決したりできる」

☑ 【円外の1点からの接線】 円外の1点から、その円にひいた2つの接線の長さは等しい。

⑧ 円Oの外点Aから円Oに接線をひくには、次のように作図すればよい。

(1) 線分AOを直径とする円O'をかき、円Oとの交点をP,P'とする。

(2) 直線AP,AP'をひく。

☑ 同じ弧に対する円周角が等しいことを根拠に図形の性質を証明することができる。

⑨ 図で、 $\triangle ACP \sim \triangle DBP$ となることを証明しなさい。

● 解 $\triangle ACP$ と $\triangle DBP$ において

$\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいから

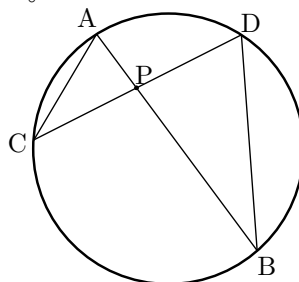
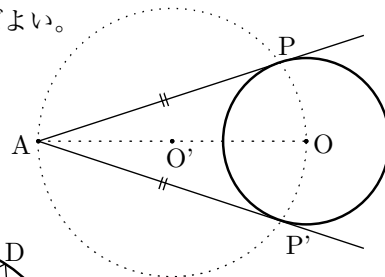
$$\angle CAP = \angle BDP \dots ①$$

対頂角は等しいから

$$\angle APC = \angle DPB \dots ②$$

①,②より、2組の角がそれぞれ等しいから

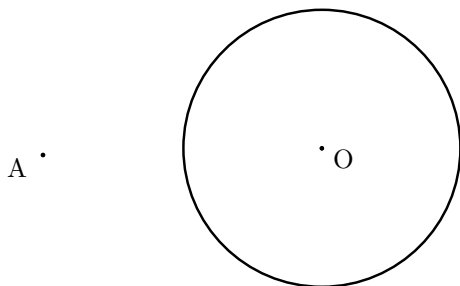
$$\triangle ACP \sim \triangle DBP \quad \blacksquare$$



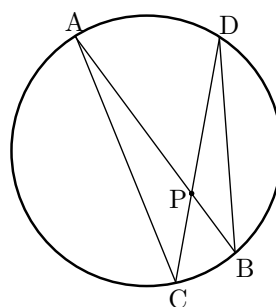
問題

1 次の各問に答えなさい。

(1) 図で、円Oの外点Aから円Oにひいた接線を作図しなさい。



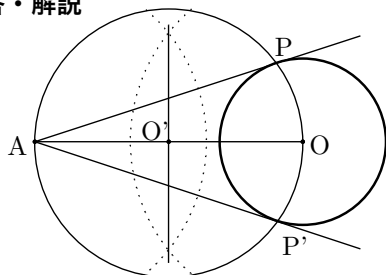
(2) 図で、 $\triangle ACP \sim \triangle DBP$ となることを証明しなさい。



解答・解説

1

(1)



① 線分AOの垂直二等分線を作図し、線分AOの中点をO'とする。

② OO'を半径とする円O'をかき、円Oとの交点をP,P'とする。

③ 半直線APとAP'が求める接線となる。

(2) $\triangle ACP$ と $\triangle DBP$ において

$\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいから

$$\angle CAP = \angle BDP \dots ①$$

対頂角は等しいから

$$\angle APC = \angle DPB \dots ②$$

①,②より、2組の角がそれぞれ等しいから

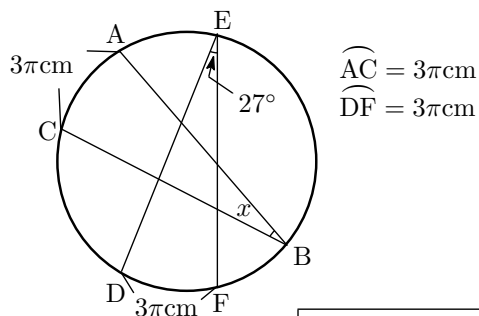
$$\triangle ACP \sim \triangle DBP \quad \blacksquare$$

【問題演習 362】

年 組 番 氏名

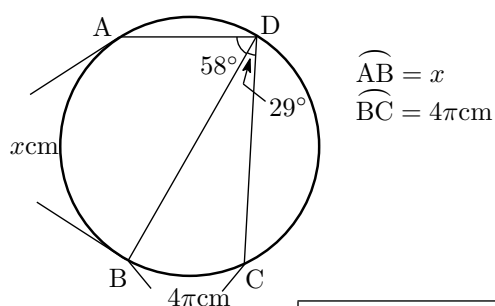
3 図で x の値を求めなさい。

(1)



度

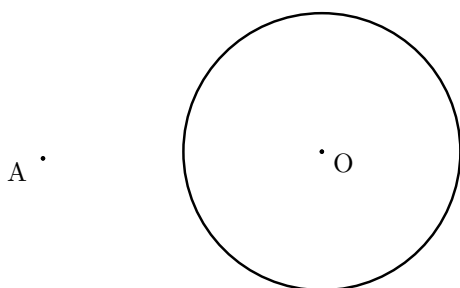
(2)



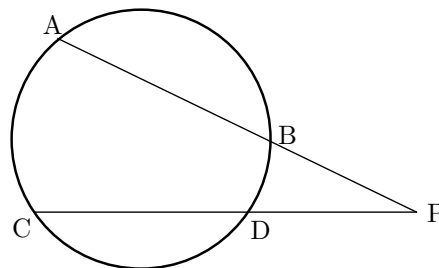
cm

4 次の各問に答えなさい。

- (1) 図で、円 O の外の点 A から円 O にひいた接線を作図しなさい。

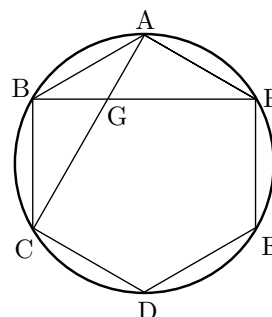


- (2) 図で $\widehat{AC}$ に対する円周角は 46° で、 $\widehat{AC}:\widehat{BD}=2:1$ である。このとき、 $\angle BPD$ の大きさを求めなさい。



度

- (3) 図で正六角形 ABCDEF で、AC, BF の交点を G とすると、 $\triangle GAB$ は二等辺三角形になることを証明しなさい。



1

- (1) 108° (2) 42° (3) 152° (4) 87° (5) 108°
(6) 66°

(1)(3)(5) の解き方・考え方

- (1) $\widehat{AB}$ に対する円周角の大きさはいつでも $\widehat{AB}$ に対する中心角の大きさの $\frac{1}{2}$ であるから、

$$\begin{aligned}\angle x &= 54^\circ \times 2 \\ &= 108^\circ\end{aligned}$$

- (3) 点 B をふくまない $\widehat{AC}$ に対する中心角は、

$$104^\circ \times 2 = 208^\circ$$

よって、

$$\begin{aligned}x &= 360^\circ - 208^\circ \\ &= 152^\circ\end{aligned}$$

- (5) 半径 OC をひくと、

$$\begin{aligned}\widehat{AC} \text{の中心角} &= 34^\circ \times 2 \\ &= 68^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{CB} \text{の中心角} &= 20^\circ \times 2 \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}x &= 68^\circ + 40^\circ \\ &= 108^\circ\end{aligned}$$

2

- (1) 33° (2) 48°

(1) の解き方・考え方

2点 D, C が直線 AB について同じ側にあり、
 $\angle ADB = \angle ACB$ が成り立てば、A, B, C, D は1つの円周上にあるといえるから、 $\angle ACB = 33^\circ$ より、 $\angle x = 33^\circ$

3

- (1) 27° (2) $8\pi \text{ cm}$

(1)(2) の解き方・考え方

- (1) 1つの円で、等しい弧に対する円周角は等しいから、 $\angle x = 27^\circ$

- (2) 1つの円で、弧の長さはその弧に対する円周角の大きさに比例するから、

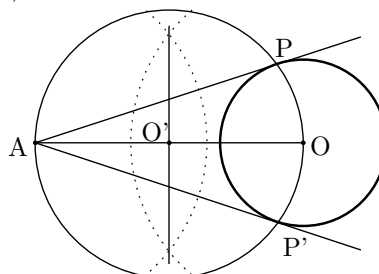
$$29 : 58 = 4\pi : x$$

$$1 : 2 = 4\pi : x$$

$$x = 8\pi$$

4

- (1)



- ① 線分 AO の垂直二等分線を作図し、線分 AO の中点を O' とする。
- ② OO' を半径とする円 O' をかき円 O との交点を P, P' とする。
- ③ 半直線 AP と AP' が求める接線となる。

- (2) $\angle BPD = 23^\circ$

- (3) (証明)

六角形 ABCDEF は正六角形だから

$$\widehat{BC} = \widehat{AF}$$

1つの円で等しい弧に対する円周角は等しいから

$$\angle BAG = \angle ABG$$

よって、 $\triangle GAB$ は2組の角が等しいから二等辺三角形である。 ■

(2) の解き方・考え方

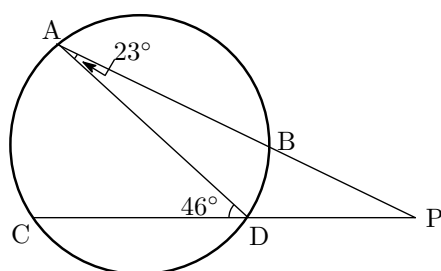
(2) 図で、弦 AD をひくと、 $\angle ADC = 46^\circ$ より、

$$\begin{aligned}\angle ADP &= 180^\circ - 46^\circ \\ &= 134^\circ\end{aligned}$$

ここで、 $\widehat{AC} : \widehat{BD} = 2 : 1$ より、 $\widehat{BD}$ の円周角である $\angle DAB$ は 23°

よって、

$$\begin{aligned}\angle BPD &= 180^\circ - (134^\circ + 23^\circ) \\ &= 180^\circ - 157^\circ \\ &= 23^\circ\end{aligned}$$



学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「三平方の定理を理解し、三角形の辺の長さを求めることができる」

- ☑【三平方の定理】 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a, b 、斜辺の長さを c とすると、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つ。

- ☑【三平方の定理の逆】 三角形の3辺の長さ a, b, c の間に $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立てば、その三角形は、長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

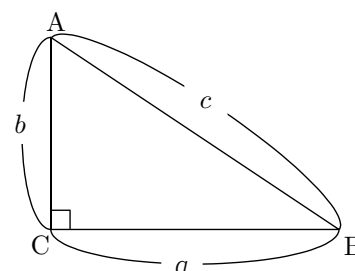
⑨ 3辺の長さが3, 4, 5である三角形は、直角三角形であるといえますか。

解 $a = 3, b = 4, c = 5$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$c^2 = 5^2 = 25$$

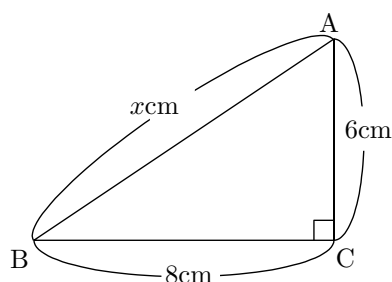
したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立つから、直角三角形といえる。



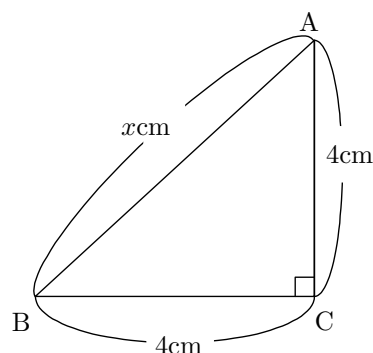
問題

- 1 図で、 x の値をそれぞれ求めなさい。

(1)



(2)



- 2 3辺の長さが4, 5, 6である三角形は、直角三角形であるといえますか。

解答・解説

1

- (1) AB は斜辺であるから、 $6^2 + 8^2 = x^2$
 $x^2 = 100$

$$x > 0 \text{ であるから、} x = 10 \quad 10\text{cm}$$

- (2) AB は斜辺であるから、 $4^2 + 4^2 = x^2$
 $x^2 = 32$

$$x > 0 \text{ であるから、} x = 4\sqrt{2} \quad 4\sqrt{2}\text{cm}$$

2

- $a = 4, b = 5, c = 6$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 4^2 + 5^2 = 41$$

$$c^2 = 6^2 = 36$$

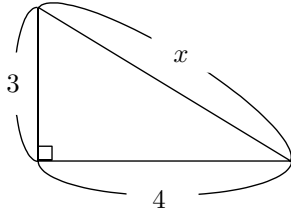
したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立たないから、直角三角形といえない。

【問題演習 371】

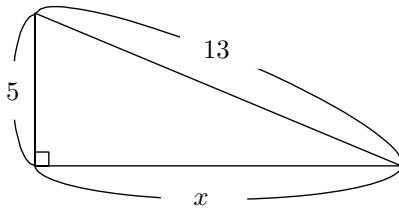
年 組 番 氏名

1 次の図で、 x の値を求めなさい。

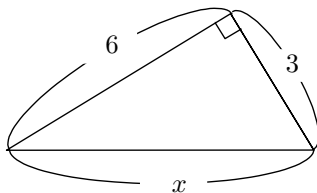
(1)



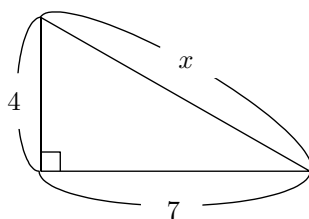
(2)



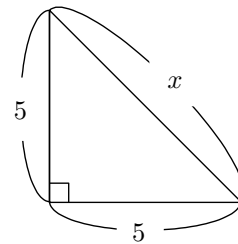
(3)



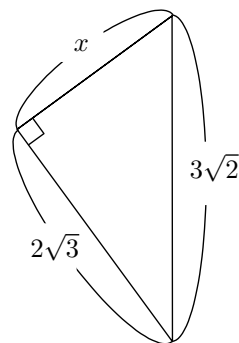
(4)



(5)



(6)



2 3 辺が次の長さであるそれぞれの三角形について
直角三角形であるものには○を、直角三角形でないもの
には×をつけなさい。

(1) 1cm, 2cm, 3cm

(2) 8cm, 15cm, 17cm

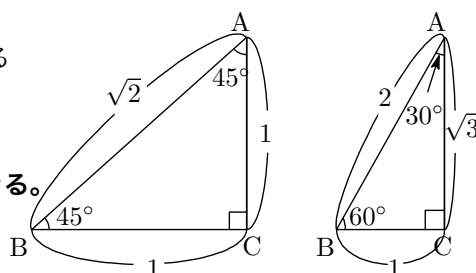
学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「三平方の定理を利用することで、平面や空間のいろいろな長さを求めることができる」

☑【特別な直角三角形の3辺の比】

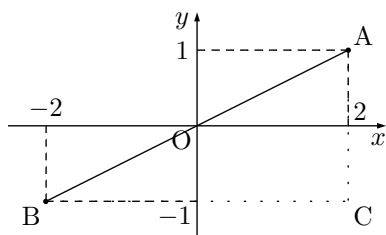
3つの角が $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ である直角三角形と $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ である直角三角形の3辺の長さの間には、右の図のような関係が成り立っている。



☑ 座標上の2点間の距離にも三平方の定理を利用することができる。

例 2点 $A(2, 1), B(-2, -1)$ の間の距離を求めなさい。

解



図の直角三角形ABCで、 $BC=2-(-2)=4$, $AC=1-(-1)=2$

$AB=x$ とすると、 $x^2=4^2+2^2=20$

ここで、 $x>0$ であるから、 $x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ よって、 $2\sqrt{5}$

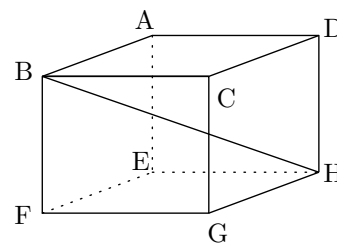
☑ 空間図形にも三平方の定理を利用することができる。

例 縦3cm、横5cm、高さ4cmの直方体の対角線の長さを求めなさい。

解 (直方体の対角線の長さ) $= \sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$ より、

求める長さは、 $\sqrt{3^2+5^2+4^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ よって、 $5\sqrt{2}\text{cm}$

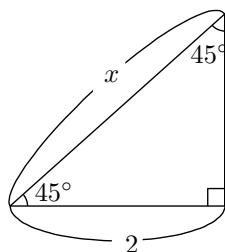
(対角線BH) $= \sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$



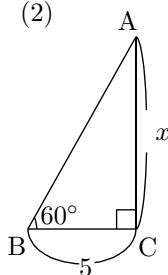
問題

1 次の図で、 x の値を求めなさい。

(1)



(2)



2 次の各問に答えなさい。

(1) 2点 $A(4, 3), B(-1, -2)$ の間の距離を求めなさい。

(2) 縦5cm、横8cm、高さ1cmの直方体の対角線の長さを求めなさい。

解答・解説

1

(1) $1:\sqrt{2}=2:x$ より、 $x=2\sqrt{2}$

(2) $1:\sqrt{3}=5:x$ より、 $x=5\sqrt{3}$

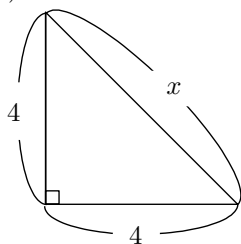
2

(1) 求める距離は、
 $= \sqrt{\{4-(-1)\}^2 + \{3-(-2)\}^2}$
 $= \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

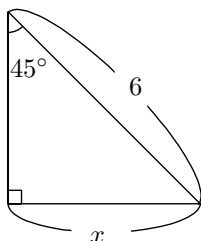
(2) 求める長さは、
 $\sqrt{5^2 + 8^2 + 1^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$
 よって、 $3\sqrt{10}\text{cm}$

3 次の図で、 x の値を求めなさい。

(1)

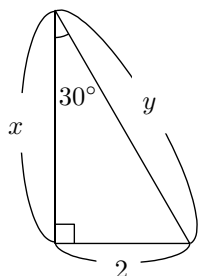


(2)



4 次の図で、 x, y の値を求めなさい。

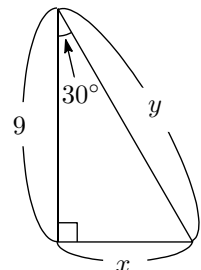
(1)



x の値

y の値

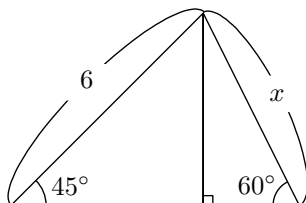
(2)



x の値

y の値

(3)



5 次の各問に答えなさい。

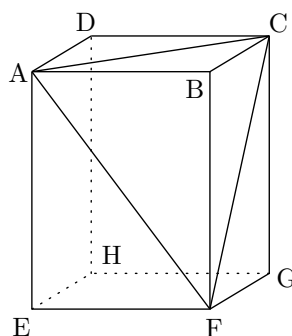
(1) 2 点 $A(3, 4)$ 、 $B(6, 8)$ の間の距離を求めなさい。

(2) 3 点 $A(5, 1)$ 、 $B(0, -9)$ 、 $C(4, -4)$ があります。線分 AB 、 BC 、 CA のうち、一番長い線分はどれですか。

(3) 縦 1cm 、横 2cm 、高さ 3cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。

cm

6 図のような、底面が 1 辺 4cm の正方形で、高さが 6cm の直方体がある。次の問いに答えよ。



(1) $\triangle AFC$ の 3 辺の長さの和を求めなさい。

cm

(2) $\triangle AFC$ の面積を求めなさい。

cm^2

(3) 頂点 B から底面 $\triangle AFC$ に下した垂線の長さを求めなさい。

cm

1

- (1) $x = 5$ (2) $x = 12$ (3) $x = 3\sqrt{5}$
 (4) $x = \sqrt{65}$ (5) $x = 5\sqrt{2}$ (6) $x = \sqrt{6}$

(1)(5) の解き方・考え方

(1)

$$\begin{aligned} 3^2 + 4^2 &= x^2 \\ 9 + 16 &= x^2 \\ x^2 &= 25 \\ x &= \pm 5 \\ x > 0 \text{ より } x &= 5 \end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned} 5^2 + 5^2 &= x^2 \\ 25 + 25 &= x^2 \\ x^2 &= 50 \\ x &= \pm 5\sqrt{2} \\ x > 0 \text{ より } x &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

2

- (1) × (2) ○

(1) の解き方・考え方

(1) $a = 1, b = 2, c = 3$ とすると、

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 5 \\ c^2 &= 9 \end{aligned}$$

したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立たないので、×

3

- (1) $x = 4\sqrt{2}$ (2) $x = 3\sqrt{2}$

(1) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 : \sqrt{2} &= 4 : x \\ x &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

4

- (1) (x の値) $x = 2\sqrt{3}$ (y の値) $y = 4$
 (2) (x の値) $x = 3\sqrt{3}$ (y の値) $y = 6\sqrt{3}$

- (3) $x = 2\sqrt{6}$

(1)(2) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 : \sqrt{3} &= 2 : x \\ x &= 2\sqrt{3} \\ 1 : 2 &= 2 : y \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 1 : \sqrt{3} &= x : 9 \\ \sqrt{3}x &= 9 \\ x &= 3\sqrt{3} \\ 1 : 2 &= 3\sqrt{3} : y \\ y &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

5

- (1) 5 (2) 線分 AB (3) $\sqrt{14}\text{cm}$

(1)(3) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \text{ 求める距離} \\ &= \sqrt{(6-3)^2 + (8-4)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 求める直方体の対角線} \\ &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{1 + 4 + 9} \\ &= \sqrt{14} \end{aligned}$$

6

- (1) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{13}\text{cm}$ (2) $4\sqrt{22}\text{cm}^2$
 (3) $\frac{6}{11}\sqrt{22}\text{cm}$

(1)

$$AF = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{36 + 16}$$

$$= 2\sqrt{13}$$

$$FC = 2\sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

(2) $\triangle AFC$ で、頂点 F から辺 AC に下ろした垂線の長さを h とすると、

$$h = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{44}$$

$$= 2\sqrt{11}$$

よって、 $\triangle AFC$ の面積は、

$$4\sqrt{2} \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{22}$$

(3) 三角錐 $B-AFC$ は、 $\triangle ABC$ を底面とみると、高さは BF となるので、体積は $8 \times 6 \times \frac{1}{3} = 16$

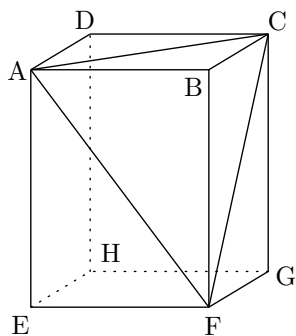
$\triangle AFC$ を底面とみると高さは頂点 B から下ろした垂線であるから、その長さを h とすると、

$$4\sqrt{22} \times h \times \frac{1}{3} = 16$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{22}} \times 12$$

$$= \frac{12}{22} \sqrt{22}$$

$$= \frac{6}{11} \sqrt{22}$$



学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「一部の資料の特徴から全体の傾向を調べることができる」

- ☑ 集団の一部分を調査して、集団全体の傾向を推測する調査を**標本調査**という。
- ☑ 調査の対象となっている集団全部について調査することを**全数調査**という。
- ☑ 標本調査を行うとき、傾向を知りたい集団全体を**母集団**という。
- ☑ 母集団の一部分として取り出して実際に調べたものを**標本**という。
- ☑ 取り出した資料の個数を**標本の大きさ**という。
- ☑ かたよりのないように、母集団から標本を取り出すことを**無作為に抽出する**という。
 - ④ 白玉と赤玉が合わせて 1000 個入った箱から、50 個を選び出して調査を行いました。
この調査の母集団、標本はそれぞれ何ですか。
 - 母集団は箱に入っている 1000 個の玉、標本は選び出した 50 個の玉
- ☑ 標本調査を利用して、母集団全体の傾向を推測することができる。
 - ④ 袋の中に白玉と赤玉が合わせて 200 個入っています。この袋の中から 24 個の玉を無作為に抽出したら、赤玉が 6 個入っていました。この袋の中には、赤玉はおよそ何個入っていると考えられますか。
 - 袋の中から無作為に抽出された玉の数は 24 個で、その中に 6 個の赤玉が含まれていたため、その割合は、

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$
 したがって、母集団にも赤玉がこの割合で入っていると考えられるので、袋の中全体の玉のうち、赤玉の総数は、およそ $200 \times \frac{1}{4} = 50$ よって、およそ 50 個入っていると考えられる。

問題

- 1 次の各問に答えなさい。
- (1) ある区市町村の有権者 504562 人から、10000 人を選び出して世論調査を行いました。
この調査の母集団、標本はそれぞれ何ですか。

(2) 袋の中に白玉と赤玉が合わせて 500 個入っています。この袋の中から 60 個の玉を無作為に抽出したら、赤玉が 36 個入っていました。この袋の中には、赤玉はおよそ何個入っていると考えられますか。

解答・解説

1

- (1) 母集団は有権者 504562 人、標本は選び出した 10000 人の有権者

- (2) 袋の中から無作為に抽出された玉の数は 60 個で、その中に 36 個の赤玉が含まれていたため、その割合は、

$$\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$
 したがって、袋の中全体の玉のうち、赤玉の総数は、およそ $500 \times \frac{3}{5} = 300$ よって、およそ 300 個入っていると考えられる。

年 組 番 氏名

1 次の各問に答えなさい。

- (1) 次の㉔,㉕,㉖の調査は、全数調査と標本調査のどちらであると考えられるか答えなさい。

- ㉔ 缶詰の品質調査
- ㉕ インフルエンザの検査
- ㉖ 味噌汁の味見

㉔
㉕
㉖

- (2) ある歌手のコンサート会場で「日本人はどんな歌が好きか」というアンケート調査を行い、その結果をまとめました。このような調査は適切かどうか、あなたの考えをいいなさい。

- (3) 池にいる魚の数を調べる。一度 30 匹魚を捕まえて、その魚に印をつけ、池に戻しました。1 週間後、今度は 50 匹の魚を捕まえたところ、そのうち 6 匹の魚に印がついていました。この池には、何匹の魚がいると考えられますか。

--

2 次の各問に答えなさい。

- (1) 次のうち、標本調査であるものをすべて選び記号で答えよ。

- ㉔ 5 年ごとに行われる国勢調査
- ㉕ 腕時計の耐久性の調査
- ㉖ 高校の入学試験
- ㉗ 体育の授業での体力測定

--

- (2) 赤青 2 種類のビーズが合わせて 200 個入っている袋がある。この袋の中から 30 個のビーズを無作為に抽出したところ、抽出したビーズのうち青いビーズは 6 個だった。この袋の中には、青いビーズはおよそ何個入っていると考えられますか。記号で答えなさい。

- ㉔ およそ 30 個
- ㉕ およそ 40 個
- ㉖ およそ 50 個
- ㉗ およそ 60 個

--

____年 ____組 ____番 氏名_____

1

- (1) ㉔ 標本調査, ㉕ 全数調査, ㉖ 標本調査
- (2) (例) 日本人がどんな歌が好きかを調べる調査において、ある歌手のコンサート会場に来ている日本人が、日本人全体の標本として適切であるとはいえないため。
- (3) およそ 250 匹

2

- (1) ㉕ (2) ㉕

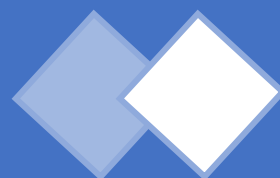
足立区学習教材

次へのステップ

中学校 数 学



3 年生の内容



発展・活用編

足立区教育委員会



3 年生の内容 [全 20 ページ]

1 章

式の計算

「2 つの続いた奇数の積 + 1」

(問題 p 1、解答 p 10)

2 章

平方根

「有理数と無理数」

(問題 p 2、解答 p 11)

3 章

2 次方程式

「因数分解による 2 次方程式の解き方」

(問題 p 3、解答 p 12)

4 章

関数 $y=ax^2$

「追加条件によって変わる表の捉え方」

(問題 p 4、解答 p 13)

5 章

相似な図形

「三角形の 3 本の中線の交わり方」

(問題 p 5、解答 p 14)

6 章

円

「円に外接する直角三角形」

(問題 p 6,7、解答 p 15,16,17)

7 章

三平方の定理

「円錐の側面にかけたひもの長さ」

(問題 p 8、解答 p 18,19)

8 章

標本調査

「標本調査の方法」

(問題 p 9、解答 p 20)

中学3年数学 1章 式の計算

年 組 番 氏名

Aさんは、2つの続いた奇数の積に1を加えた数は、どんな数になるか調べます。

$$1と3のとき \quad 1 \times 3 + 1 = 4$$

$$3と5のとき \quad 3 \times 5 + 1 = 16$$

$$5と7のとき \quad 5 \times 7 + 1 = 36$$

これらの結果から、次のように予想できます。

Aさんの予想

2つの続いた奇数の積に1を加えた数は、2つの続いた奇数の間にある偶数の2乗になる。

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 2つの続いた奇数が13と15のとき、予想が成り立つかどうか下のようにはかめます。下の

に当てはまる式を書きなさい。

$$13と15のとき \quad \boxed{} = 196 \\ = 14^2$$

(2) この予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。

説明

2つの続いた奇数は、整数 n を使って $2n-1$ 、 $2n+1$ と表される。
この2つの続いた奇数の積に1を加えると

$$(2n-1)(2n+1) + 1 =$$

(3) 「奇数」を「偶数」に変えて、2つの続いた偶数の積に1を加えた数はどんな数になるか調べます。

$$2と4のとき \quad 2 \times 4 + 1 = 9$$

$$4と6のとき \quad 4 \times 6 + 1 = 25$$

$$6と8のとき \quad 6 \times 8 + 1 = 49$$

2つの続いた偶数の積に1を加えた数はどんな数になると予想できますか。上の予想のように「～は……になる。」という形で書きなさい。

中学3年数学 2章 平方根

年 組 番 氏名

悠真さんと芽依さんは、お互いに数学の問題を出し合いながら根号を使った数の計算方法を復習しています。芽依さんは、次のような問題を作りました。

芽依さんが作った問題

$\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6}$ が正しいことを、平方根の意味に基づいて説明しなさい。

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 芽依さんが作った問題を解きなさい。

芽依さんと悠真さんは、芽依さんが作った問題について話し合っています。

悠真さん「乗法では根号の中で計算できて簡単になることもあるね。」

芽依さん「そう、無理数と無理数をかけて有理数になることもあるよね。」

悠真さん「加法はどうか」

芽依さん「乗法と同じように、 $\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{2+6}$ は成り立たつのかな。」

(2) 上の_____部分の「無理数と無理数をかけて有理数になる」例をひとつあげなさい。

(3) $\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{2+6}$ が成り立ちますか、それとも成り立ちませんか。また、その理由をのべなさい。

中学3年数学 3章 2次方程式

年 組 番 氏名

授業で考える問題

次の方程式を解きなさい。

① $(x-1)(x-4)=1$ ② $x^2=2x$ ③ $3x^2+6x+1=0$

上記の問題を下のように解きましたが、それぞれ間違いがあります。

解き方

① $(x-1)(x-4)=1$	② $x^2=2x$	③ $3x^2+6x+1=0$
$x-1=1, x-4=1$	両辺を x で割って	$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$
$x=2, x=5$	$x=2$	$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 12}}{6}$
		$= \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{6}$
		$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{6}$
		$= -1 \pm 2\sqrt{6}$

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) ①の㉞、㉟のうち、間違えている個所を記号で選び、その理由を説明しなさい。

(2) ②の解き方が間違っている理由を述べなさい。

(3) ③の計算の間違った個所を上㉞、㉟、㊱、㊲、㊳から選び、その理由を説明しなさい。また、正しい答えを求めなさい。

中学3年数学 4章 関数 $y=ax^2$

年 組 番 氏名

悠真さんと芽依さんは、お互いに数学の問題を出し合いながら勉強しています。芽依さんは、次のような問題を作りました。

芽依さんが作った問題

x の値に対応する y の値は、次のようになります。
このとき、 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

x	……	1	2	3	……
y	……	1	4		……

このとき、次の (1)、(2) の各問いに答えなさい。

(1) 悠真さんは、芽依さんが作った問題について、 y は x の一次関数であると考えました。 y が x の一次関数であるとするとき、 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

(2) 芽依さんと悠真さんは、芽依さんが作った問題について話し合っています。

悠真さん「僕は、一次関数と考えてこの問題を解いたよ。」

芽依さん「私は、一次関数とは別の関数を考えて、 $x=3$ のとき $y=9$ になるようにするつもりだったのよ。」

悠真さん「それなら、問題の最初に x と y の関係を書き加える必要があるね。」

芽依さんが作った問題の最初に、 x と y の間の関係を書き加えます。 $x=3$ のとき $y=9$ になるように、 x と y の間の関係を書き加えることについて、正しいものを下のア、イの中からどちらか1つを選び、それが正しいことの理由を説明しなさい。

ア 「 y は x に反比例しています」を書き加えれば、 $x=3$ のとき $y=9$ になる。

イ 「 y は x の2乗に比例しています」を書き加えれば、 $x=3$ のとき $y=9$ になる。

中学3年数学 5章 相似な図形

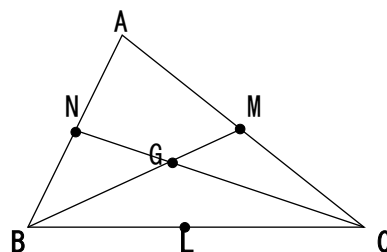
年 組 番 氏名

太郎さんと花子さんは、相似の勉強をしています。

太郎さんが作った問題

$\triangle ABC$ の辺 BC 、 CA 、 AB の中点をそれぞれ L 、 M 、 N とする。

線分 BM と CN の交点を G とするとき、線分 BG と GM の長さの比を求めなさい。

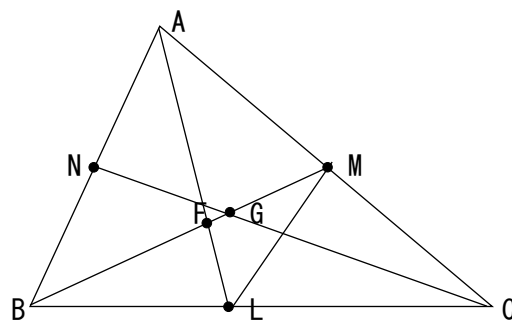


(1) 太郎さんが作った問題を解きなさい。

この問題を考えたあと、花子さんは次のような疑問を持ちました。

この図形に線分 AL を加えて、線分 AL と BM の交点を F とすると、点 F と G は同じ場所にくるのかそれとも異なる場所にくるのか、どちらなのかな？

(2) 2点 F と G が、同じ点であることを説明しなさい。



中学3年数学 6章 円

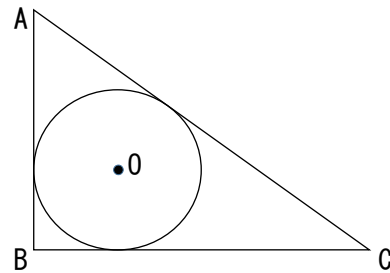
年 組 番 氏名

太郎さん、花子さん、次郎さんの3人は、円の勉強をしています。

授業で出された問題

$\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。
この直角三角形に、図のように3つの辺で接する円 O がある。

直角三角形の辺の長さが
 $AB=c$ 、 $BC=a$ 、 $CA=b$ で、
円 O の半径を r とする。
 r を、 a 、 b 、 c を用いて
表しなさい。



(1) 太郎さんはこの問題を考える前に、辺 BC 、 CA 、 AB と円 O との接点をそれぞれ P 、 Q 、 R として、四角形 $PORB$ が正方形であることを証明しておけば、円外の点から円にひいた接線の長さが等しいことを利用して、 r を、 a 、 b 、 c を使って表せると考えました。

(i) 四角形 $PORB$ が正方形であることを証明しなさい。

(ii) 太郎さんの考え「円外の点から円にひいた接線の長さが等しい」ことを利用して、円の半径 r を、 a 、 b 、 c を使って表しなさい。

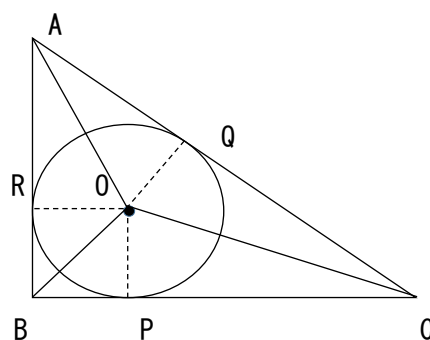
(2) 花子さんは、式 $r(c-r) + r^2 + r(a-r) = \frac{1}{2}ac$

を立てて $r = \frac{(a+c) - \sqrt{a^2+c^2}}{2}$ を求めました。

花子さんは、図形のどのような性質を使って

式を立てたと考えられますか。

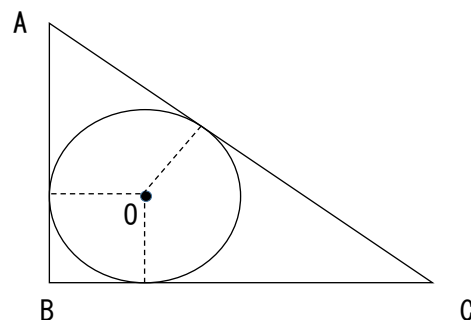
花子さんの考えを説明しなさい。



(3) 次郎さんは、 $\triangle ABC$ を 3 つの三角形 OAB 、 OBC 、 OCA

に分けて求めました。次郎さんの考えを使って内接

する円の半径 r を、 a 、 b 、 c を使って表しなさい。

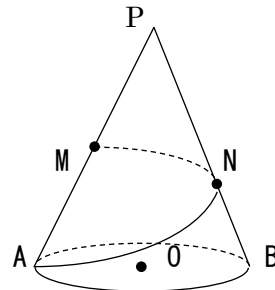


(4) 太郎さんは、「(1) の r の値、(2) の r の値、(3) の r の値は、どれも同じ三角形の内側に接する円の半径だから等しいはずである。」と考えました。これらの値が同じ値であることを示すには、何が言えればいいですか。方針を文章で書きなさい。(計算する必要はありません。)

点 O を中心とし、直径 AB が 6cm の円が底面で、母線 PA が 12cm の円錐がある。

母線 PA の中点 M から母線 PB 上の点 N を通り、点 A までひもをたるまないようにかける。

このとき、次の問に答えなさい。



(1) この円錐の高さを求めなさい。

(2) このひもの長さを求めなさい。

(3) 線分 PN の長さを求めなさい。

中学3年数学 8章 標本調査

年 組 番 氏名

ある湖にいる魚の数を予想するために、60匹の魚に赤の印をつけて放流した。数日後、A地点からE地点の5か所の場所で網を使って魚を取り、5か所分の調査の結果をまとめたら右のような表になった。

地点	印あり	印なし
A	6	42
B	10	62
C	8	50
D	6	46
E	12	78

この湖にいる印のついていない魚について、次の問に答えなさい。

- (1) 太郎さんは、E地点で調べた魚の数が5つの地点の調査の中で一番多いので、これを使った。

湖にいる印のついていない魚の総数を x とすると、

$$12 : 78 = 60 : x$$

これを解いて、 $x = 390$ (匹)

この考え方は間違っています。理由を答えなさい。

- (2) この湖に印のついていない魚は約何匹いると予想できますか。式と答えを求めなさい。

<式>

<答>

中学3年数学 1章 式の計算【解答・解説】

年 組 番 氏名

「平成27年度全国学力・学習状況調査（中学校第3学年数学）2」の類題

Aさんは、2つの続いた奇数の積に1を加えた数は、どんな数になるか調べます。

$$1と3のとき \quad 1 \times 3 + 1 = 4$$

$$3と5のとき \quad 3 \times 5 + 1 = 16$$

$$5と7のとき \quad 5 \times 7 + 1 = 36$$

これらの結果から、次のように予想できます。

【出題の趣旨】

- ことがらが成り立つ理由を、構想を立てて説明することができる。
- 発展的に考え、予想したことがらを表現することができる。

Aさんの予想

2つの続いた奇数の積に1を加えた数は、2つの続いた奇数の間にある偶数の2乗になる。

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 2つの続いた奇数が13と15のとき、予想が成り立つかどうか下のようには確かめます。下の

□ に当てはまる式を書きなさい。

$$13と15のとき \quad \boxed{13 \times 15 + 1} = 196$$

$$= 14^2$$

(2) この予想がいつでも成り立つことを説明します。下の説明を完成しなさい。

説明

2つの続いた奇数は、整数 n を使って $2n-1$ 、 $2n+1$ と表される。

この2つの続いた奇数の積に1を加えると

$(2n-1)(2n+1) + 1 =$ の続きを以下の正答例で示す。

【正答条件】 ①計算結果が $(2n)^2$ となる

② $2n$ は $2n-1$ と $2n+1$ の間の偶数だから

③ $(2n)^2$ は2つの続いた奇数の間の偶数の2乗である。

が記述できている。

(正答例) $4n^2 - 1 + 1 = 4n^2 = (2n)^2$

ここで、 $2n$ は $2n-1$ と $2n+1$ の間の偶数である。

したがって、2つの続いた奇数の積に1を加えると、2つの続いた奇数の間にある偶数の2乗になる。(①、②、③)

※ ①が、「 $(2n)^2$ となり、偶数の2乗になる」でも正答とする。

(3) 「奇数」を「偶数」に変えて、2つの続いた偶数の積に1を加えた数はどんな数になるか調べます。

$$2と4のとき \quad 2 \times 4 + 1 = 9$$

$$4と6のとき \quad 4 \times 6 + 1 = 25$$

$$6と8のとき \quad 6 \times 8 + 1 = 49$$

2つの続いた偶数の積に1を加えた数はどんな数になると予想できますか。上の予想のように「～ は……になる。」という形で書きなさい。

【正答条件】①「○○は、◇◇になる。」という形で書かれている。

② ○○が「2つの続いた偶数の積に1を加えた数」

③ ◇◇が「2つの続いた偶数の間にある奇数の2乗」

(正答例) 2つの続いた偶数の積に1を加えた数は、2つの続いた偶数の間にある奇数の2乗になる。(①、②、③)

※ ①、②が、「2つの続いた偶数の積に1を加えた数は、奇数の2乗になる」でも正答とする。

中学3年数学 2章 平方根【解答・解説】

年 組 番 氏名

「平成28年度全国学力・学習状況調査（中学校第3学年数学）[2]」の類題

悠真さんと芽依さんは、お互いに数学の問題を出し合いながら根号を使った数の計算方法を復習しています。

芽依さんは、次のような問題を作りました。

【出題の趣旨】

- 平方根、根号の意味を理解し、説明することができる。
- 有理数、無理数を理解している。

芽依さんが作った問題

$\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6}$ が正しいことを、平方根の意味に基づいて説明しなさい。

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 芽依さんが作った問題を解きなさい。

〔正答条件〕① $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ を2乗すると 2×6 になるから。

② $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は 2×6 の平方根である。

③ $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{6}$ は正であるから、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は正であるから

④ $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は正の平方根であるから、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6}$

(正答例) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ を2乗すると、 $(\sqrt{2} \times \sqrt{6})^2 = (\sqrt{2} \times \sqrt{6}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{6}) = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{6})^2 = 2 \times 6$ となるから、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は 2×6 の平方根である。また、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{6}$ は正であるから、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は正である。したがって、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は 2×6 の正の平方根であるから、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6}$ である。(①、②、③、④)

※ $(\sqrt{2} \times \sqrt{6})^2 = 2 \times 6$ で、 $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ は正の平方根であるから(①、④)も正答とする。

芽依さんと悠真さんは、芽依さんが作った問題について話し合っています。

悠真さん「乗法では根号の中で計算できて簡単になることもあるね。」

芽依さん「そう、無理数と無理数をかけて有理数になることもあるよね。」

悠真さん「加法はどうかね」

芽依さん「乗法と同じように、 $\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{2+6}$ は成り立たつのかな。」

(2) 上の_____部分の「無理数と無理数をかけて有理数になる」例をひとつあげなさい。

(解答例) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 、 $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = 4$ 等

(解説) $\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$ 等は $\sqrt{4}$ が有理数になってしまうので誤答である。

(3) $\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{2+6}$ が成り立ちますか、それとも成り立ちませんか。また、その理由をのべなさい。

(解答) 成り立たない。

(理由：正答条件) ①近似値を用いて、数値を計算して成り立たないことを記す。

②2乗して、成り立たないことを示す。

(正答例) 近似値を用いると、 $\sqrt{2} = 1. \dots$ 、 $\sqrt{6} = 2. \dots$ より、 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ は3より大きい。一方、 $\sqrt{2+6} = \sqrt{8} = 2. \dots$ で、3より小さい。
よって $\sqrt{2} + \sqrt{6} \neq \sqrt{2+6}$

(正答例) $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 = 2 + 2\sqrt{12} + 6 = 8 + 4\sqrt{3}$
一方、 $(\sqrt{2+6})^2 = 8$ となり、 $\sqrt{2} + \sqrt{6} \neq \sqrt{2+6}$

中学3年数学 3章 2次方程式【解答・解説】 年 組 番 氏名

「平成19年度全国学力・学習状況調査（中学校第3学年数学）4」の類題

授業で考える問題

次の方程式を解きなさい。

① $(x-1)(x-4)=1$ ② $x^2=2x$

③ $3x^2+6x+1=0$

【出題の趣旨】

- 因数分解による2次方程式の解き方を理解している。
- 2次方程式の解の公式を使って、最後まで間違えずに計算することができる。

上記の問題を下のように解きましたが、それぞれ間違いがあります。

解き方

① $(x-1)(x-4)=1$ ⑦ $x-1=1, x-4=1$ ① $x=2, x=5$	② $x^2=2x$ 両辺を x で割って $x=2$	③ $3x^2+6x+1=0$ ⑦ $x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3}$ ① $= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 12}}{6}$ ⑦ $= \frac{-6 \pm \sqrt{24}}{6}$ ⑤ $= \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{6}$ ④ $= -1 \pm 2\sqrt{6}$
--	---	---

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) ①の⑦、①のうち、間違えている個所を記号で選び、その理由を説明しなさい。

(解答) ⑦

(理由) (解答例) $A \times B = 1$ から、 $A=1, B=1$ になるとはかぎらない。

例えば、 $A=2, B=1/2$ の場合

(解説) $A \times B = 0$ のとき、 $A=0, B=0$ になるが、それと勘違いしていると思われる。

(2) ②の解き方が間違っている理由を述べなさい。

(解答例) $x=0$ の場合には、0で割ることになるから。(0で割ることはできない)

$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x=0, x=2$ と考えなくてはならない。

(3) ③の計算の間違えた個所を上⑦、①、⑦、⑤、④から選び、その理由を説明しなさい。また、正しい答えを求めなさい。

(解答) ④

(理由) (解答例) $\frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{6}$ を約分するとき、分子の-6だけでなく、 $2\sqrt{6}$ も一緒に約分しなければならない。ここでは、-6のみ6で割ってしまった。

(正しい答え) $\frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$

中学3年数学 4章 関数 $y = ax^2$ 【解答・解説】 年 組 番 氏名

「平成28年度全国学力・学習状況調査（中学校第3学年数学）[2]」の類題

悠真さんと芽依さんは、お互いに数学の問題を出し合いながら勉強しています。

芽依さんは、次のような問題を作りました。

【出題の趣旨】

- 与えられた条件を基に、数量の関係を的確に捉えることができる。
- 加えるべき条件を判断し、それが適している理由を説明することができる。

芽依さんが作った問題

x の値に対応する y の値は、次のようになります。
このとき、 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

x	……	1	2	3	……
y	……	1	4		……

このとき、次の（１）、（２）の各問いに答えなさい。

- （１）悠真さんは、芽依さんが作った問題について、 y は x の一次関数であると考えました。 y が x の一次関数であるとするとき、 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

（解答） 7

（解説）①表から x の値が1ずつ増えると、 y は3ずつ増える。よって $4+3=7$ である。

② y は x の一次関数であるから、 $y=ax+b$ と表される。

表より $x=1$ 、 $y=1$ また $x=2$ 、 $y=4$ であるから、連立方程式で a 、 b を求めると、 $a=3$ 、 $b=-2$ 、つまり一次関数の式は $y=3x-2$ となる。

したがって、 $x=3$ のとき $y=7$ である。

- （２）芽依さんと悠真さんは、芽依さんが作った問題について話し合っています。

悠真さん「僕は、一次関数と考えてこの問題を解いたよ。」

芽依さん「私は、一次関数とは別の関数を考えて、 $x=3$ のとき $y=9$ になるようにするつもりだったのよ。」

悠真さん「それなら、問題の最初に x と y の関係を書き加える必要があるね。」

芽依さんが作った問題の最初に、 x と y の間の関係を書き加えます。 $x=3$ のとき $y=9$ になるように、 x と y の間の関係を書き加えることについて、正しいものを下のア、イの中から1つ選び、それが正しいことの理由を説明しなさい。

ア 「 y は x に反比例しています」を書き加えれば、 $x=3$ のとき $y=9$ になる。

イ 「 y は x の2乗に比例しています」を書き加えれば、 $x=3$ のとき $y=9$ になる。

（解答） イ

（理由）

〔正答条件〕以下の①、②、③について記述がある場合に正答とする。

① y は x^2 に比例しているので、 $y=ax^2$ と表される。

② 表の $x=1$ 、 $y=1$ または、 $x=2$ 、 $y=4$ より $a=1$ となり、 $y=x^2$ と表される。

③ よって $x=3$ のとき $y=9$ となる。

（正答例） y は x^2 に比例しているので、 $y=ax^2$ と表される。表の $x=1$ 、 $y=1$ より、 $a=1$ になるから $y=x^2$ と表される。この式に $x=3$ を代入すれば $y=9$ になる。したがって、「 y は x の2乗に比例しています」を書き加えれば、 $x=3$ のとき $y=9$ になる。（①、②、③）

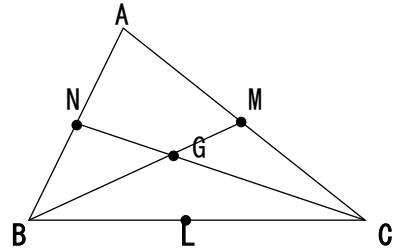
太郎さんと花子さんは、相似の勉強をしています。

【出題の趣旨】

- 相似の性質を利用して、課題を解決できる。
- 3本の直線が1点で交ることを説明できる。

太郎さんが作った問題

$\triangle ABC$ の辺 BC 、 CA 、 AB の中点をそれぞれ L 、 M 、 N とする。
線分 BM と CN の交点を G とするとき、線分 BG と GM の長さの比を求めなさい。



(1) 太郎さんが作った問題を解きなさい。

<解説> 線分 NM をひく。

$\triangle GBC$ と $\triangle GMN$ において、

中点連結定理より、 $MN \parallel BC$. . . ①

$$MN = \frac{1}{2}BC \text{ . . . ②}$$

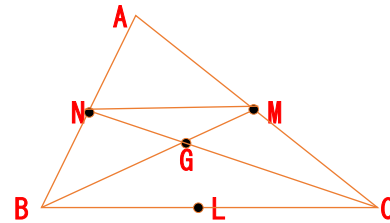
①より $MN \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから

$$\angle GBC = \angle GMN \text{ . . . ③} \quad \angle GCB = \angle GNM \text{ . . . ④}$$

③、④より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle GBC \sim \triangle GMN$

また、②より $BC : MN = 2 : 1$ だから、 $\triangle GBC$ と $\triangle GMN$ の相似比は $2 : 1$ である。

よって、 $BG : MG = 2 : 1$



答 $BG : GM = 2 : 1$

この問題を考えたあと、花子さんは次のような疑問を持ちました。

この図形に線分 AL を加えて、線分 AL と BM の交点を F とすると、点 F と G は同じ場所にくるのかそれとも異なる場所にくるのか、どちらなのかな？

(2) 2点 F と G が、同じ点であることを説明しなさい。

<説明>

線分 LM をひく。

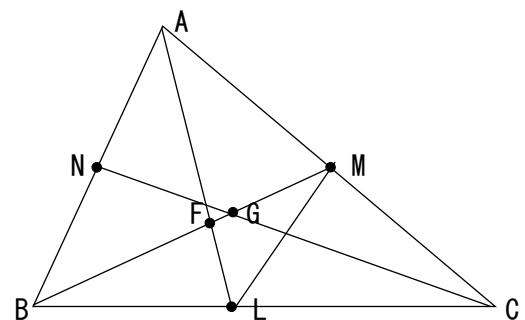
(1) と同様に、 $\triangle ABF \sim \triangle LMF$ で、相似比は $2 : 1$ である。

よって、 $BF : FM = 2 : 1$ である。

すなわち、点 F は線分 BM を $2 : 1$ に分ける点である。

一方、(1) より点 G は線分 BM を $2 : 1$ に分ける点である。

よって、点 F も G も線分 BM を $2 : 1$ に分ける点だから、同じ位置にあるといえる。



中学3年数学 6章 円【解答・解説】

年 組 番 氏名

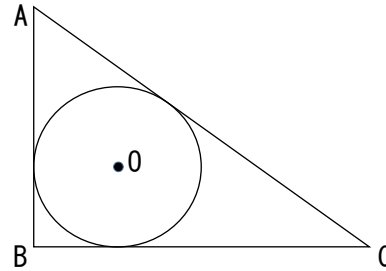
太郎さん、花子さん、次郎さんの3人は、円の勉強をしています。

【出題の趣旨】

- 円の接線の性質を利用して、課題を解決できる。
- 式から、面積を利用した求め方を読み取ることができる。

授業で出された問題

$\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。
 この直角三角形に、図のように3つの辺で接する円 O がある。
 直角三角形の辺の長さが
 $AB=c$ 、 $BC=a$ 、 $CA=b$ で、
 円 O の半径を r とする。
 r を、 a 、 b 、 c を用いて表しなさい。



(1) 太郎さんはこの課題を考える前に、辺 BC 、 CA 、 AB と円 O との接点をそれぞれ P 、 Q 、 R として、四角形 $BPOR$ が正方形であることを証明しておけば、円外の点から円にひいた接線の長さが等しいことを利用して、 r を、 a 、 b 、 c を使って表せると考えました。

(i) 四角形 $BPOR$ が正方形であることを証明しなさい。

<証明>

(i) 接線と接点を通る円の半径は垂直に
 交わるから、

$$\angle OPB = \angle ORB = 90^\circ \quad \dots \quad ①$$

仮定より

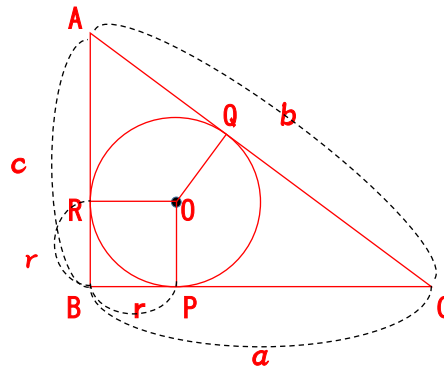
$$\angle RBP = 90^\circ \quad \dots \quad ②$$

$$OP = OR = r \quad \dots \quad ③$$

①、② より、四角形 $BPOR$ は長方形である。

③より、この長方形は隣り合う辺の長さが等しい。

よって、四角形 $BPOR$ は正方形である。



(ii) 太郎さんの考え「円外の点から円にひいた接線の長さが等しい」ことを利用して、円の半径 r を、 a 、 b 、 c を使って表しなさい。

$$\text{答 } r = \frac{a+c-b}{2}$$

<解説>

(ii) ①より、 $BP = BR = r \quad \dots \quad ④$

④と仮定 $AB=c$ 、 $BC=a$ 、 $CA=b$ から、 $AR = c - r \quad \dots \quad ⑤$ $PC = a - r \quad \dots \quad ⑥$ で、

円外の点から円にひいた接線の長さが等しいから $AQ = AR = c - r \quad \dots \quad ⑦$ 、 $CQ = PC = a - r \quad \dots \quad ⑧$

$AQ + CQ = AC = b$ と⑦、⑧より、

$$(c - r) + (a - r) = b$$

$$c + a - 2r = b$$

$$2r = a + c - b \quad r = \frac{a+c-b}{2}$$

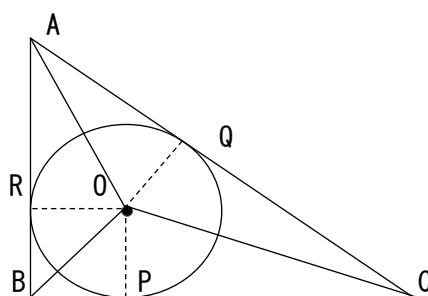
(2) 花子さんは、式 $r(c-r) + r^2 + r(a-r) = \frac{1}{2}ac$

を立てて $r = \frac{(a+c) - \sqrt{a^2+c^2}}{2}$ を求めました。

花子さんは、図形のどのような性質を使って

式を立てたと考えられますか。

花子さんの考えを説明しなさい。



答

$\triangle ABC$ を 3 つの四角形 $AROQ$ 、 $BPOR$ 、 $CQOP$ に分けたとき、
この 3 つの四角形の面積の和は、元の三角形 ABC の面積の和に等しい。
という性質を使った。

<解説>

$AB=c$ 、 $RB=r$ だから、 $AR=c-r$ 、また、 $RO=r$ より、

$$\triangle ARO = \frac{1}{2} AR \times RO = \frac{1}{2} (c-r) r \quad \text{だから、}$$

$$\text{四角形 } AROQ = \triangle ARO + \triangle AQO$$

$$= 2\triangle ARO$$

$$= (c-r) r$$

$$= cr - r^2 \dots \dots \dots \text{①}$$

同様にして、

$$\text{四角形 } BPOR = r^2 \dots \dots \dots \text{②}$$

$$\text{四角形 } CQOP = ar - r^2 \dots \dots \dots \text{③}$$

$$\text{①} + \text{②} + \text{③} = \triangle ABC = \frac{1}{2}ac \quad \text{より、} (cr - r^2) + r^2 + (ar - r^2) = \frac{1}{2}ac$$

$$\text{左辺を整理して両辺を 2 倍すると、} \quad 2cr + 2ar - 2r^2 = ac$$

$$2r^2 - 2(a+c)r + ac = 0$$

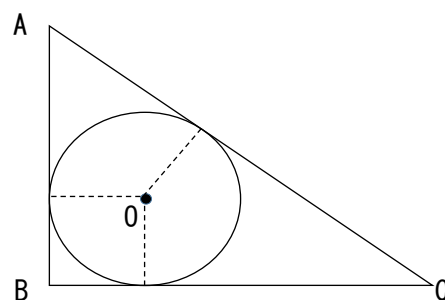
r についての 2 次方程式を解くと、

$$r = \frac{(a+c) \pm \sqrt{a^2+c^2}}{2}$$

$0 < r < a$ より、

$$r = \frac{(a+c) - \sqrt{a^2+c^2}}{2}$$

- (3) 次郎さんは、 $\triangle ABC$ を 3 つの三角形 OAB 、 OBC 、 OCA に分けて求めました。次郎さんの考えを使って内接する円の半径 r を、 a 、 b 、 c を使って表しなさい。



答 $r = \frac{ac}{a+b+c}$

(解き方)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} ac \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$AB = c, \quad OR = r \text{ だから、} \quad \triangle OAB = \frac{1}{2} cr \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$BC = a, \quad OP = r \text{ だから、} \quad \triangle OBC = \frac{1}{2} ar \quad \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

$$CA = b, \quad OQ = r \text{ だから、} \quad \triangle OCA = \frac{1}{2} br \quad \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = \textcircled{1}$ より、

$$\frac{1}{2} cr + \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br = \frac{1}{2} ac$$

$$cr + ar + br = ac$$

$$(a + b + c) r = ac$$

$$r = \frac{ac}{a+b+c}$$

- (4) 太郎さんは、「(1) の r の値、(2) の r の値、(3) の r の値は、どれも同じ三角形の内側に接する円の半径だから等しいはずである。」と考えました。これらの値が同じ値であることを示すには、何が言えればいいですか。方針を文章で書きなさい。(計算する必要はありません。)

<方針> (1) の r の値から (2) の r の値や (3) の r の値を引いて、0 になればよい。

または、

(1) の r の値や (2) の r の値を (3) の r の値で割って、1 になればよい。

中学3年数学 7章 三平方の定理【解答・解説】 年 組 番 氏名

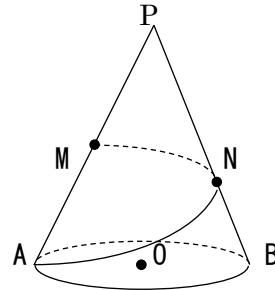
【出題の趣旨】

- 三平方の定理を利用して、課題を解決できる。
- 直観に頼らず、論理的に判断できる。

点 O を中心とし、直径 AB が 6cm の円が底面で、母線 PA が 12cm の円錐がある。

母線 PA の中点 M から母線 PB 上の点 N を通り、点 A までひもをたるまないようにかける。

このとき、次の問に答えなさい。

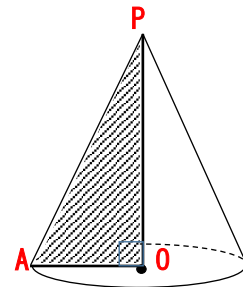


(1) この円錐の高さを求めなさい。

答 $3\sqrt{15}$ cm

<解説>

$\triangle PAO$ は $\angle O = 90^\circ$ の直角三角形で、
 $PA = 12\text{cm}$ 、 $AO = 3\text{cm}$ 、高さは PO だから、
 三平方の定理より、
 $PO = \sqrt{12^2 - 3^2}$
 $= \sqrt{135}$
 $= 3\sqrt{15} \text{ (cm)}$



(2) このひもの長さを求めなさい。

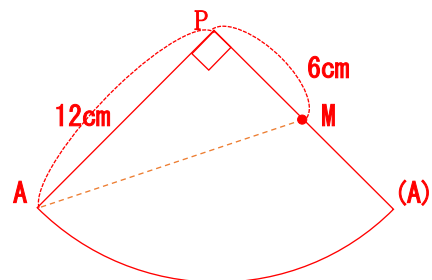
答 $6\sqrt{5}$ cm

<求め方>

このおうぎ形の弧の長さは、半径 3cm の
 円周と等しいから、 $6\pi \text{ (cm)}$ 、よって中心角は

$$360^\circ \times \frac{6\pi}{24\pi} = 90^\circ \text{ である。}$$

よって、三平方の定理より、
 $AM = \sqrt{12^2 + 6^2}$
 $= 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$



(注意) $\angle PMA = 60^\circ$ のときは $PM : AM : AP = 1 : 2 : \sqrt{3}$ になるが、
 ここでは、斜辺が AM になっているから、 $AM = 6\sqrt{3}$ にはならない。

(3) 線分 PN の長さを求めなさい。

答 $4\sqrt{2}$ cm

<求め方>

右図のように、母線 PB と弦 A(A) の交点を G、
M から弦 A(A) に下ろした垂線と弦 A(A) との交点
を H とする。

$\triangle PA(A)$ は、 $\angle P = 90^\circ$ の直角二等辺三角形で、

$PA = 12\text{cm}$ より、 $A(A) = 12\sqrt{2}$ (cm) …①

$MH \perp A(A)$ より、 $\triangle MH(A)$ も直角二等辺三角形
で、 $M(A) = 6$ (cm) だから

$MH = H(A) = 3\sqrt{2}$ (cm) ……………②

$\triangle PAG$ は、直角二等辺三角形で $PA = 12\text{cm}$ だから、

$AG = PG = G(A) = 6\sqrt{2}$ (cm) ……………③

①、②より、 $AH = A(A) - H(A) = 12\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$
 $= 9\sqrt{2}$ ……………④

$\triangle MAH$ と $\triangle NAG$ は、2 組の角がそれぞれ等しいから相似である。

よって、 $NG : MH = AG : AH$ で、

②、③、④より

$NG : MH = AG : AH$

$NG : 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} : 9\sqrt{2}$

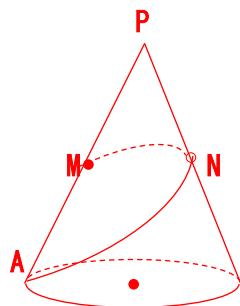
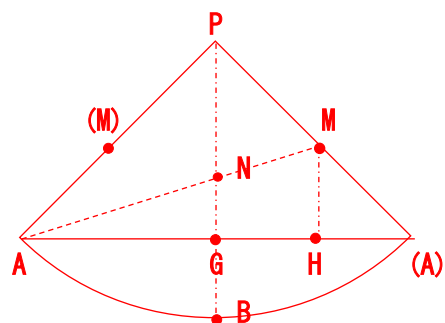
したがって、 $NG = 2\sqrt{2}$

$PG = 6\sqrt{2}$ だから、

$PN = PG - NG = 4\sqrt{2}$ (cm)

(注) $PM = 6\text{cm} > PN = 4\sqrt{2} \approx 5.66\text{cm}$

より、見取り図は下の図のようになる。



中学3年数学 8章 標本調査【解答・解説】

年 組 番 氏名

【出題の趣旨】

- 標本調査の意味が分かる。
- 標本調査の考えを使って、推定できる。

ある湖にいる魚の数を予想するために、
60匹の魚に赤の印をつけて放流した。

数日後、A地点からE地点の5か所の場所で
網を使って魚を取り、5か所分の調査の結果をまとめたら
右のような表になった。

地点	印あり	印なし
A	6	42
B	10	62
C	8	50
D	6	46
E	12	78

この湖にいる印のついていない魚について、
次の問に答えなさい。

- (1) 太郎さんは、E地点で調べた魚の数が5つの地点の
調査の中で一番多いので、これを使った。

湖にいる印のついていない魚の総数を x とすると、

$$12 : 78 = 60 : x$$

これを解いて、 $x = 390$ (匹)

この考え方は間違っています。理由を答えなさい。

<理由>

5か所で調査したのに、そのうちの1地点の調査結果しか使っていないから。

- (2) この湖に印のついていない魚は約何匹いると予想できますか。式と答えを求めなさい。

<式> $42 : 278 = 60 : x$

<解説>

印あり : $6 + 10 + 8 + 6 + 12 = 42$

印なし : $42 + 62 + 50 + 46 + 78 = 278$

湖にいる印のついていない魚の総数を x 匹とすると、

$$42 : 278 = 60 : x$$

$$42x = 278 \times 60$$

$$x = 397.14 \dots$$

$$x \text{ は約 } 400 \text{ (匹)}$$

<答> 約 400 (匹)

BEYOND COVID-19

あだちから

ふみだそう。新たな一歩を。

令和3年4月発行 足立区学習教材「次へのステップ」

発行 足立区教育委員会

編集 足立区教育委員会事務局 教育指導部 学力定着推進課

電話03-3880-6717