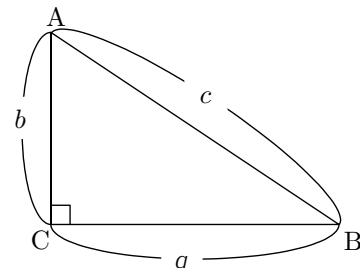


学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「三平方の定理を理解し、三角形の辺の長さを求めることができる」

☑【三平方の定理】 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a, b 、斜辺の長さを c とすると、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つ。



☑【三平方の定理の逆】 三角形の3辺の長さ a, b, c の間に $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立てば、その三角形は、長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

例 3辺の長さが3, 4, 5である三角形は、直角三角形であるといえますか。

解 $a = 3, b = 4, c = 5$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

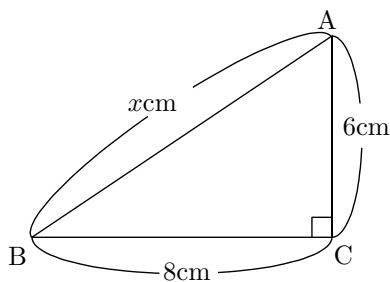
$$c^2 = 5^2 = 25$$

したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立つから、直角三角形といえる。

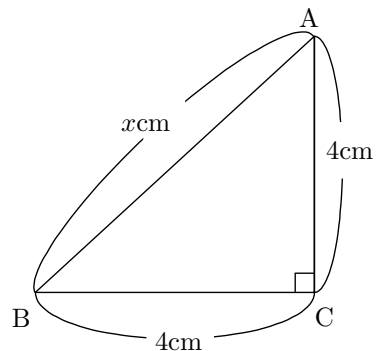
問題

1 図で、 x の値をそれぞれ求めなさい。

(1)



(2)



2 3辺の長さが4, 5, 6である三角形は、直角三角形であるといえますか。

解答・解説

1

(1) ABは斜辺であるから、 $6^2 + 8^2 = x^2$
 $x^2 = 100$

$x > 0$ であるから、 $x = 10$ 10cm

(2) ABは斜辺であるから、 $4^2 + 4^2 = x^2$
 $x^2 = 32$

$x > 0$ であるから、 $x = 4\sqrt{2}$ $4\sqrt{2}$ cm

2

$a = 4, b = 5, c = 6$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 4^2 + 5^2 = 41$$

$$c^2 = 6^2 = 36$$

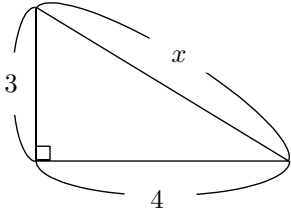
したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立たないから、直角三角形といえない。

【問題演習 371】

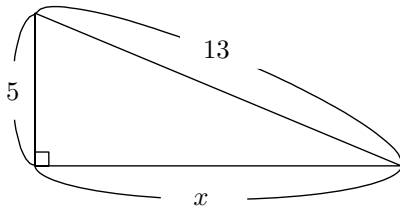
年 組 番 氏名 _____

1 次の図で、 x の値を求めなさい。

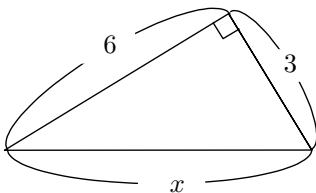
(1)



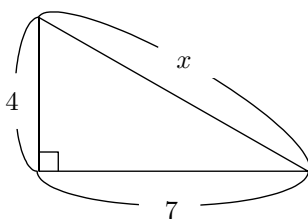
(2)



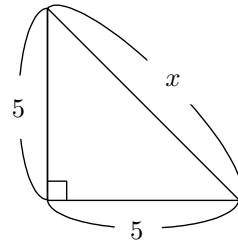
(3)



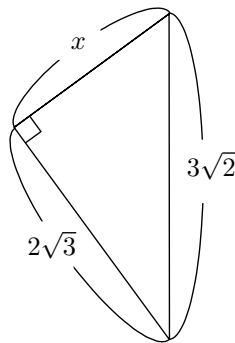
(4)



(5)



(6)



2 3 辺が次の長さであるそれぞれの三角形について
直角三角形であるものには○を、直角三角形でないもの
には×をつけなさい。

(1) 1cm, 2cm, 3cm

(2) 8cm, 15cm, 17cm

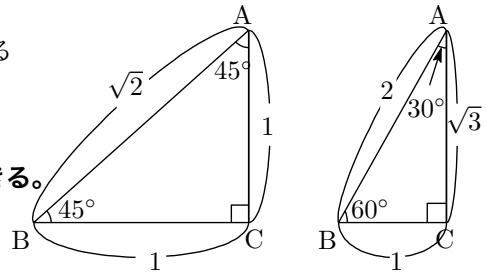
学習内容と例題

年 組 番 氏名

めあて 「三平方の定理を利用することで、平面や空間のいろいろな長さを求めることができる」

☑ 【特別な直角三角形の3辺の比】

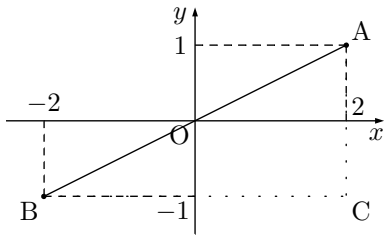
3つの角が45°, 45°, 90°である直角三角形と30°, 60°, 90°である直角三角形の3辺の長さの間には、右の図のような関係が成り立っている。



☑ 座標上の2点間の距離にも三平方の定理を利用することができる。

例 2点A(2, 1), B(-2, -1)の間の距離を求めなさい。

解



図の直角三角形ABCで、 $BC=2 - (-2) = 4$, $AC=1 - (-1) = 2$

$AB=x$ とすると、 $x^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

ここで、 $x > 0$ であるから、 $x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ よって、 $2\sqrt{5}$

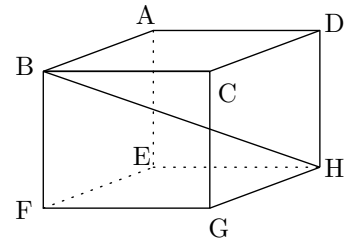
☑ 空間図形にも三平方の定理を利用することができる。

例 縦3cm、横5cm、高さ4cmの直方体の対角線の長さを求めなさい。

解 (直方体の対角線の長さ) = $\sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$ より、

求める長さは、 $\sqrt{3^2 + 5^2 + 4^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ よって、 $5\sqrt{2}\text{cm}$

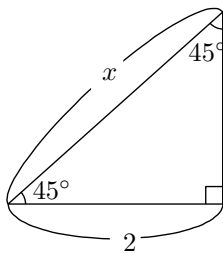
(対角線BH) = $\sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$



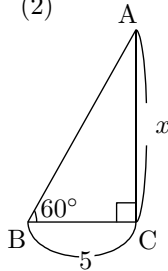
問題

1 次の図で、 x の値を求めなさい。

(1)



(2)



2 次の各問に答えなさい。

(1) 2点A(4, 3), B(-1, -2)の間の距離を求めなさい。

(2) 縦5cm、横8cm、高さ1cmの直方体の対角線の長さを求めなさい。

解答・解説

1

(1) $1 : \sqrt{2} = 2 : x$ より、 $x = 2\sqrt{2}$

(2) $1 : \sqrt{3} = 5 : x$ より、 $x = 5\sqrt{3}$

2

(1) 求める距離は、
 $= \sqrt{\{4 - (-1)\}^2 + \{3 - (-2)\}^2}$
 $= \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

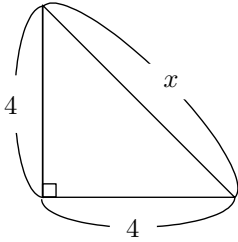
(2) 求める長さは、
 $\sqrt{5^2 + 8^2 + 1^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$
 よって、 $3\sqrt{10}\text{cm}$

【問題演習 372】

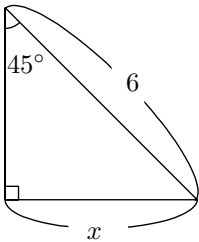
年 組 番 氏名

3 次の図で、 x の値を求めなさい。

(1)

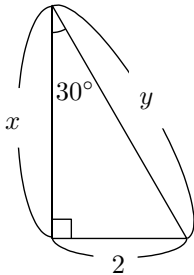


(2)



4 次の図で、 x, y の値を求めなさい。

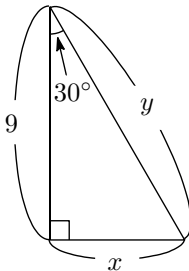
(1)



x の値

y の値

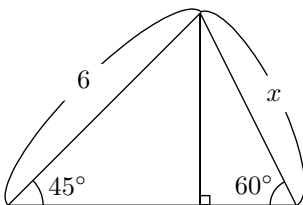
(2)



x の値

y の値

(3)



5 次の各問に答えなさい。

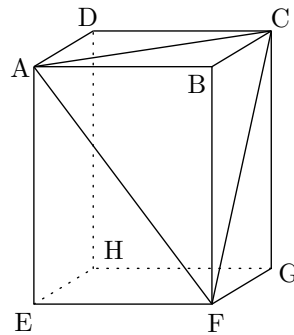
(1) 2 点 $A(3, 4)$ 、 $B(6, 8)$ の間の距離を求めなさい。

(2) 3 点 $A(5, 1)$ 、 $B(0, -9)$ 、 $C(4, -4)$ があります。線分 AB 、 BC 、 CA のうち、一番長い線分はどれですか。

(3) 縦 1cm 、横 2cm 、高さ 3cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。

cm

6 図のような、底面が 1 辺 4cm の正方形で、高さが 6cm の直方体がある。次の問いに答えよ。



(1) $\triangle AFC$ の 3 辺の長さの和を求めなさい。

cm

(2) $\triangle AFC$ の面積を求めなさい。

cm^2

(3) 頂点 B から底面 $\triangle AFC$ に下した垂線の長さを求めなさい。

cm

1

- (1) $x = 5$ (2) $x = 12$ (3) $x = 3\sqrt{5}$
 (4) $x = \sqrt{65}$ (5) $x = 5\sqrt{2}$ (6) $x = \sqrt{6}$

(1)(5) の解き方・考え方

(1)

$$\begin{aligned} 3^2 + 4^2 &= x^2 \\ 9 + 16 &= x^2 \\ x^2 &= 25 \\ x &= \pm 5 \\ x > 0 \text{ より } x &= 5 \end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned} 5^2 + 5^2 &= x^2 \\ 25 + 25 &= x^2 \\ x^2 &= 50 \\ x &= \pm 5\sqrt{2} \\ x > 0 \text{ より } x &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

2

- (1) × (2) ○

(1) の解き方・考え方

(1) $a = 1, b = 2, c = 3$ とすると、

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 5 \\ c^2 &= 9 \end{aligned}$$

したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立たないので、×

3

- (1) $x = 4\sqrt{2}$ (2) $x = 3\sqrt{2}$

(1) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 : \sqrt{2} &= 4 : x \\ x &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

4

- (1) (x の値) $x = 2\sqrt{3}$ (y の値) $y = 4$
 (2) (x の値) $x = 3\sqrt{3}$ (y の値) $y = 6\sqrt{3}$

- (3) $x = 2\sqrt{6}$

(1)(2) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 : \sqrt{3} &= 2 : x \\ x &= 2\sqrt{3} \\ 1 : 2 &= 2 : y \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 1 : \sqrt{3} &= x : 9 \\ \sqrt{3}x &= 9 \\ x &= 3\sqrt{3} \\ 1 : 2 &= 3\sqrt{3} : y \\ y &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

5

- (1) 5 (2) 線分 AB (3) $\sqrt{14}$ cm

(1)(3) の解き方・考え方

$$\begin{aligned} (1) \text{ 求める距離} \\ &= \sqrt{(6-3)^2 + (8-4)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 求める直方体の対角線} \\ &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{1 + 4 + 9} \\ &= \sqrt{14} \end{aligned}$$

6

- (1) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{13}$ cm (2) $4\sqrt{22}$ cm²
 (3) $\frac{6}{11}\sqrt{22}$ cm

(1)(2)(3) の解き方・考え方

(1)

$$AF = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{36 + 16}$$

$$= 2\sqrt{13}$$

$$FC = 2\sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

(2) $\triangle AFC$ で、頂点 F から辺 AC に下ろした垂線の長さを h とすると、

$$h = \sqrt{(2\sqrt{13})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{44}$$

$$= 2\sqrt{11}$$

よって、 $\triangle AFC$ の面積は、

$$4\sqrt{2} \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{22}$$

(3) 三角錐 $B-AFC$ は、 $\triangle ABC$ を底面とみると、高さは BF となるので、体積は $8 \times 6 \times \frac{1}{3} = 16$

$\triangle AFC$ を底面とみると高さは頂点 B から下ろした垂線であるから、その長さを h とすると、

$$4\sqrt{22} \times h \times \frac{1}{3} = 16$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{22}} \times 12$$

$$= \frac{12}{22} \sqrt{22}$$

$$= \frac{6}{11} \sqrt{22}$$

