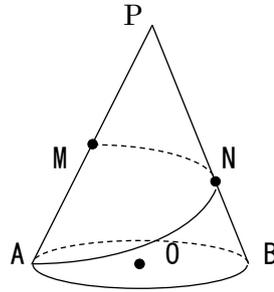


点 O を中心とし、直径 AB が 6cm の円が底面で、母線 PA が 12cm の円錐がある。

母線 PA の中点 M から母線 PB 上の点 N を通り、点 A までひもをたるまないようにかける。

このとき、次の問に答えなさい。



(1) この円錐の高さを求めなさい。

(2) このひもの長さを求めなさい。

(3) 線分 PN の長さを求めなさい。

中学3年数学 7章 三平方の定理【解答・解説】 年 組 番 氏名

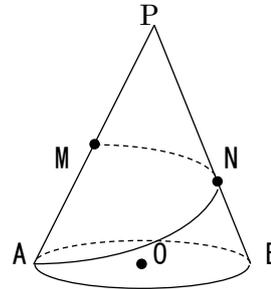
【出題の趣旨】

- 三平方の定理を利用して、課題を解決できる。
- 直観に頼らず、論理的に判断できる。

点Oを中心とし、直径ABが6cmの円が底面で、母線PAが12cmの円錐がある。

母線PAの中点Mから母線PB上の点Nを通り、点Aまでひもをたるまないようにかける。

このとき、次の問に答えなさい。

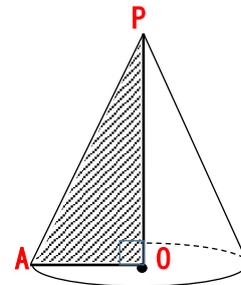


(1) この円錐の高さを求めなさい。

答 $3\sqrt{15}$ cm

<解説>

$\triangle PAO$ は $\angle O=90^\circ$ の直角三角形で、
 $PA=12\text{cm}$ 、 $AO=3\text{cm}$ 、高さは PO だから、
 三平方の定理より、
 $PO = \sqrt{12^2 - 3^2}$
 $= \sqrt{135}$
 $= 3\sqrt{15}$ (cm)



(2) このひもの長さを求めなさい。

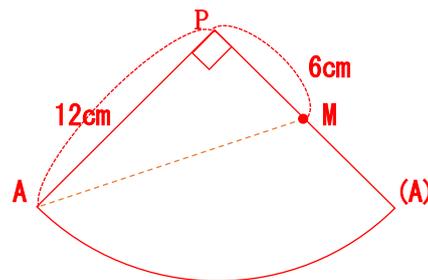
答 $6\sqrt{5}$ cm

<求め方>

このおうぎ形の弧の長さは、半径3cmの円周と等しいから、 6π (cm)、よって中心角は

$$360^\circ \times \frac{6\pi}{24\pi} = 90^\circ \text{ である。}$$

よって、三平方の定理より、
 $AM = \sqrt{12^2 + 6^2}$
 $= 6\sqrt{5}$ (cm)



(注意) $\angle PMA=60^\circ$ のときは $PM : AM : AP = 1 : 2 : \sqrt{3}$ になるが、ここでは、斜辺がAMになっているから、 $AM=6\sqrt{3}$ にはならない。

(3) 線分 PN の長さを求めなさい。

答 $4\sqrt{2}$ cm

<求め方>

右図のように、母線 PB と弦 A(A) の交点を G、
M から弦 A(A) に下ろした垂線と弦 A(A) との交点を H とする。

$\triangle PA(A)$ は、 $\angle P=90^\circ$ の直角二等辺三角形で、

$$PA=12\text{cm より、} A(A)=12\sqrt{2} \text{ (cm)} \dots\dots ①$$

$MH \perp A(A)$ より、 $\triangle MH(A)$ も直角二等辺三角形
で、 $M(A)=6 \text{ (cm)}$ だから

$$MH=H(A)=3\sqrt{2} \text{ (cm)} \dots\dots ②$$

$\triangle PAG$ は、直角二等辺三角形で $PA=12\text{cm}$ だから、

$$AG=PG=G(A)=6\sqrt{2} \text{ (cm)} \dots\dots ③$$

$$\begin{aligned} ①、② \text{ より、} \quad AH &= A(A) - H(A) = 12\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ &= 9\sqrt{2} \dots\dots ④ \end{aligned}$$

$\triangle MAH$ と $\triangle NAG$ は、2組の角がそれぞれ等しいから相似である。

よって、 $NG : MH = AG : AH$ で、

②、③、④より

$$NG : MH = AG : AH$$

$$NG : 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} : 9\sqrt{2}$$

したがって、 $NG=2\sqrt{2}$

$PG=6\sqrt{2}$ だから、

$$PN=PG-NG=4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(注) $PM=6\text{cm} > PN=4\sqrt{2} \approx 5.66\text{cm}$
より、見取り図は下の図のようになる。

