中学3年数学　6章 円 1節　円周角の定理

実施日　　／

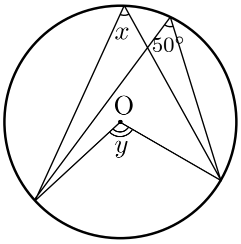
学習内容と例題

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「円周角の定理を理解し、それを使っていろいろな角の大きさを求めることができる」

- **【円周角の定理】 1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。**
- **1つの円において (1) 等しい円周角に対する弧は等しい (2) 等しい弧に対する円周角は等しい。**

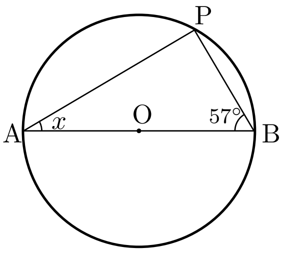
例 次の図で、$\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



解 1つの弧に対する円周角の大きさは一定であるから、$x = 50°$
また、円周角は中心角の半分であるから、$y = 100°$

- **線分 AB を直径とする円の周上に A,B と異なる点 P をとれば、∠APB=90° である。**

例 次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



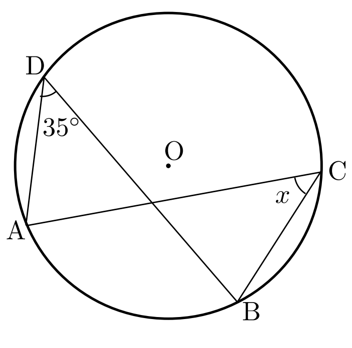
解 線分 AB は円Oの直径であるから、$\angle \mathrm{APB} = 90°$
よって、$x = 90° - 57° = 33°$

- **4点 A,B,P,Q について、P,Q が直線 AB の同じ側にあって ∠APB=∠AQB ならば、この4点は1つの円周上にある。**

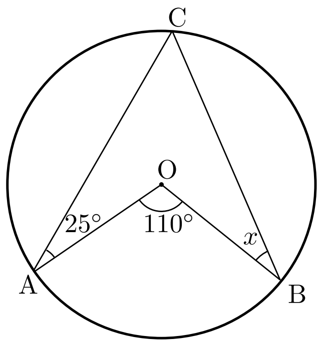
問題

1　次の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

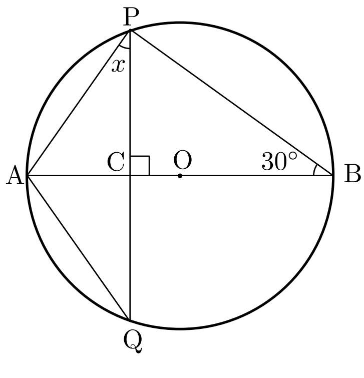
(1)



(2)



(3)



解答・解説

1

(1)　∠ADB と∠ACB は、どちらも$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角であるから、$x = 35°$

(2)　図より、$\angle \mathrm{ACB} = 110° \div 2 = 55°$　半径 OC をひくと、△OAC と △OBC は二等辺三角形となり、その底角は等しいから、∠OCA=25°,∠OCB=x よって、$55 = 25 + x$ したがって、$x = 30°$

(3)　図より、$\angle \mathrm{APB} = 90°$, $\angle \mathrm{CPB} = 60°$　よって、$x = 30°$

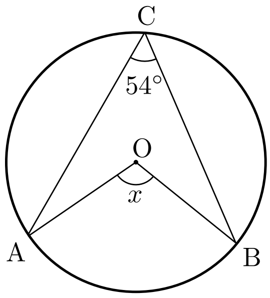
中学3年数学　6章 円 1節　円周角の定理　　　　実施日　　／

【問題演習 361】

______年______組______番 氏名____________________________

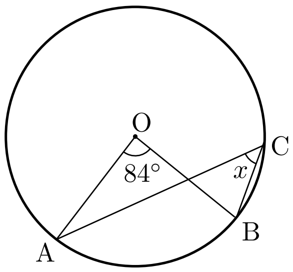
1　図で∠x の大きさを求めなさい。

(1)



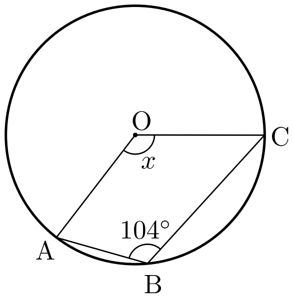
度

(2)



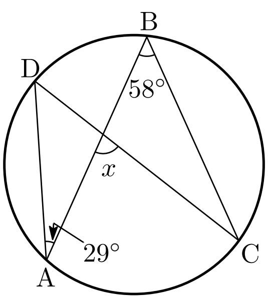
度

(3)



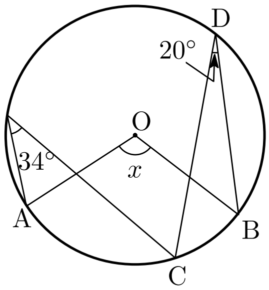
度

(4)



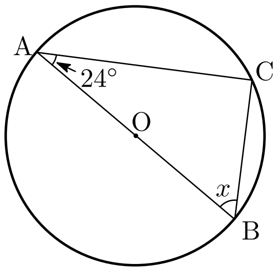
度

(5)



度

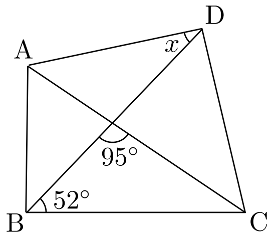
(6)



度

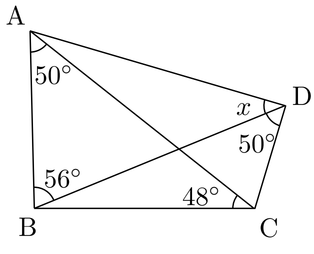
2　次の各問に答えなさい。

(1)　図で $\angle x$ の大きさが何度のとき、A,B,C,D は1つの円周上にあるといえますか。



度

(2)　図で AC,BD は四角形 ABCD の対角線である。このとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



度

中学3年数学　6章 円 2節　円周角の定理の活用

実施日　　／

✎ 学習内容と例題　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

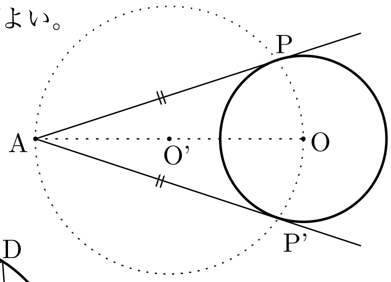
めあて　「円周角の定理を活用して作図したり、いろいろな問題を解決したりできる」

☑ **【円外の1点からの接線】　円外の1点から、その円にひいた2つの接線の長さは等しい。**

㊐ 円Oの外の点Aから円Oに接線をひくには、次のように作図すればよい。

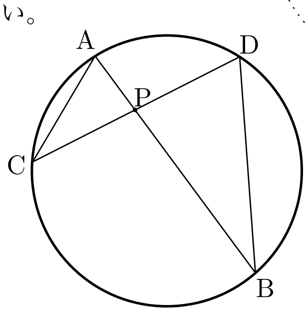
(1) 線分AOを直径とする円O’をかき、円Oとの交点をP,P’とする。

(2) 直線AP,AP’をひく。



☑ **同じ弧に対する円周角が等しいことを根拠に図形の性質を証明することができる。**

㊐ 図で、△ACP∽△DBPとなることを証明しなさい。



解 △ACPと△DBPにおいて

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから

∠CAP=∠BDP ··· ①

対頂角は等しいから

∠APC=∠DPB ··· ②

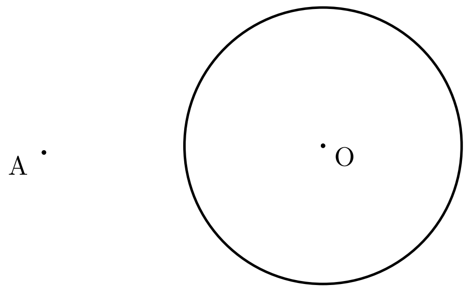
①,②より、2組の角がそれぞれ等しいから

△ACP∽△DBP　■

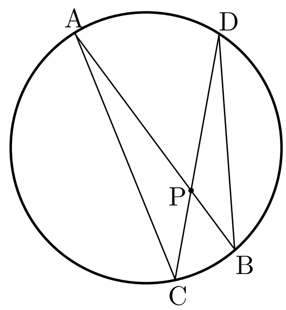
✎ 問題

1　次の各問に答えなさい。

(1)　図で、円Oの外の点Aから円Oにひいた接線を作図しなさい。



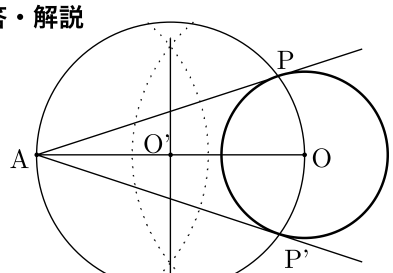
(2)　図で、△ACP∽△DBPとなることを証明しなさい。



解答・解説

1

(1)



① 線分AOの垂直二等分線を作図し、線分AOの中点をO’とする。

② OO’を半径とする円O’をかき円Oとの交点をP,P’とする。

③ 半直線APとAP’が求める接線となる。

(2)　△ACPと△DBPにおいて

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから

∠CAP=∠BDP ··· ①

対頂角は等しいから

∠APC=∠DPB ··· ②

①,②より、2組の角がそれぞれ等しいから

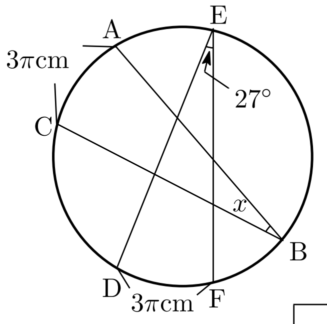
△ACP∽△DBP　■

【問題演習 362】

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

3　**図で x の値を求めなさい。**

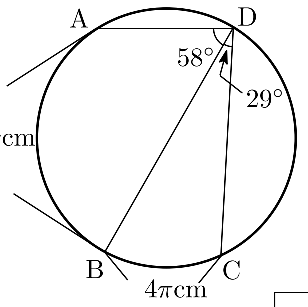
(1)



$\overset{\frown}{\mathrm{AC}} = 3\pi\mathrm{cm}$
$\overset{\frown}{\mathrm{DF}} = 3\pi\mathrm{cm}$

度

(2)

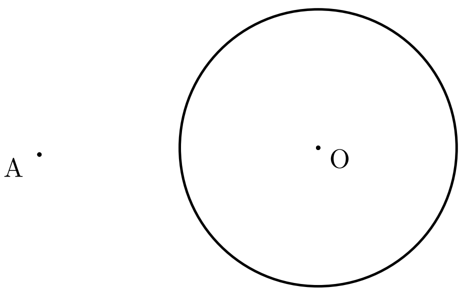


$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = x$
$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 4\pi\mathrm{cm}$

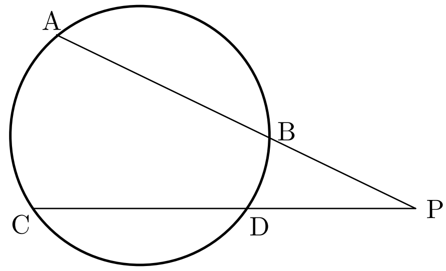
cm

4　**次の各問に答えなさい。**

(1)　図で、円 O の外の点 A から円 O にひいた接線を作図しなさい。

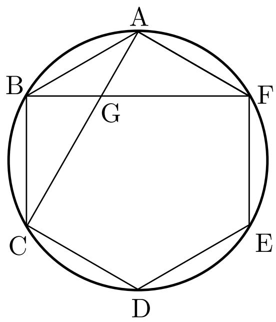


(2)　図で $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ に対する円周角は 46° で、$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$:$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$=2:1 である。このとき、∠BPD の大きさを求めなさい。



度

(3)　図で正六角形 ABCDEF で、AC,BF の交点を G とすると、△GAB は二等辺三角形になることを証明しなさい。



中学3年数学　6章 円　解答

＿＿＿年＿＿＿組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1

(1) 108°　(2) 42°　(3) 152°　(4) 87°　(5) 108°
(6) 66°

(1)(3)(5) の解き方・考え方

(1) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の大きさはいつでも $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角の大きさの $\frac{1}{2}$ であるから、

$$\begin{aligned}\angle x &= 54^\circ \times 2\\ &= 108^\circ\end{aligned}$$

(3) 点Bをふくまない $\overset{\frown}{AC}$ に対する中心角は、

$$104^\circ \times 2 = 208^\circ$$

よって、

$$\begin{aligned}x &= 360^\circ - 208^\circ\\ &= 152^\circ\end{aligned}$$

(5) 半径OCをひくと、

$$\begin{aligned}\overset{\frown}{AC}\text{の中心角} &= 34^\circ \times 2\\ &= 68^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overset{\frown}{CB}\text{の中心角} &= 20^\circ \times 2\\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}x &= 68^\circ + 40^\circ\\ &= 108^\circ\end{aligned}$$

2

(1) 33°　(2) 48°

(1) の解き方・考え方

2点D,Cが直線ABについて同じ側にあり、∠ADB=∠ACBが成り立てば、A,B,C,Dは1つの円周上にあるといえるから、∠ACB=33°より、$\angle x = 33^\circ$

3

(1) 27°　(2) 8πcm

(1)(2) の解き方・考え方

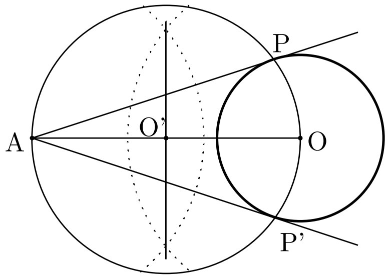
(1) 1つの円で、等しい弧に対する円周角は等しいから、$\angle x$=27°

(2) 1つの円で、弧の長さはその弧に対する円周角の大きさに比例するから、

$$\begin{aligned}29 : 58 &= 4\pi : x\\ 1 : 2 &= 4\pi : x\\ x &= 8\pi\end{aligned}$$

4

(1)



① 線分AOの垂直二等分線を作図し、
線分AOの中点をO' とする。
② OO' を半径とする円O' をかき
円Oとの交点をP,P' とする。
③ 半直線APとAP' が求める接線となる。

(2) ∠BPD=23°

(3)（証明）

六角形ABCDEFは正六角形だから

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AF}$$

1つの円で等しい弧に対する円周角は等しいから

$$\angle BAG = \angle ABG$$

よって、△GABは2組の角が等しいから二等辺三角形である。 ■

(2) の解き方・考え方

(2) 図で、弦 AD をひくと、$\angle\mathrm{ADC}=46^\circ$ より、

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{ADP} &= 180^\circ - 46^\circ \\ &= 134^\circ\end{aligned}$$

ここで、$\overparen{\mathrm{AC}} : \overparen{\mathrm{BD}} = 2 : 1$ より、$\overparen{\mathrm{BD}}$の円周角である$\angle\mathrm{DAB}$ は 23°

よって、

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{BPD} &= 180^\circ - (134^\circ + 23^\circ) \\ &= 180^\circ - 157^\circ \\ &= 23^\circ\end{aligned}$$