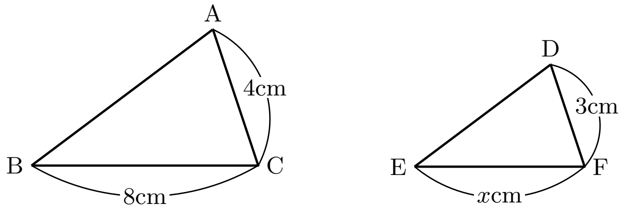
学習内容と例題　　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「相似な図形の性質を理解し、2 つの図形が相似であるかどうか判断できる」

☑ 相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

㊀ 次の図で、△ABC ∽ △DEF であるとき、辺 EF の長さを $x$cmとして、その値を求めなさい。



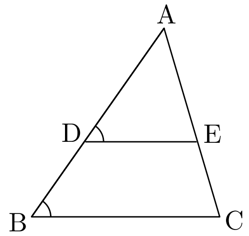
解 相似な図形では、対応する部分の長さの比はすべて等しいから、

$$4 : 3 = 8 : x$$
$$4x = 24$$
$$x = 6$$

☑ 2 つの三角形は、次のどれかが成り立つとき相似である。

① 3 組の辺の比がすべて等しい。
② 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 2 組の角がそれぞれ等しい。

例 図で、∠ADE = ∠ABC のとき、△ADE ∽ △ABC となることを証明しなさい。

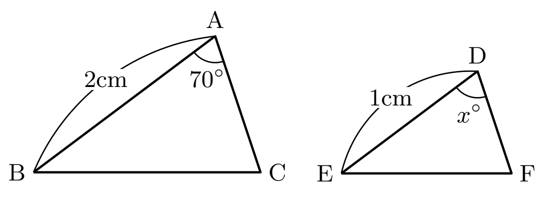


解 △ADE と △ABC において
仮定から　∠ADE = ∠ABC···①
また、　∠A は共通　···②
①, ②より、2 組の角がそれぞれ等しいから
△ADE ∽ △ABC ■

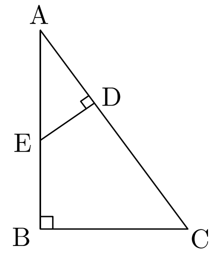
問題

$\boxed{1}$ 次の各問に答えなさい。

(1) 次の図で、△ABC ∽ △DEF であるとき、∠EDF の大きさを x としてその値を求めなさい。



(2) 図で、∠ADE = ∠ABC = 90°のとき、△ADE ∽ △ABC となることを証明しなさい。



解答・解説

$\boxed{1}$

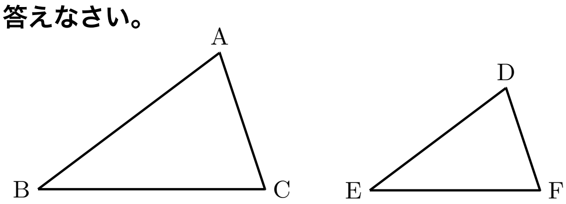
(1) 相似な図形では、対応する角の大きさはそれぞれ等しいから、$x = 70$

(2) △ADE と △ABC において
仮定から　∠ADE = ∠ABC···①
また、　∠A は共通　···②
①, ②より、2 組の角がそれぞれ等しいから
△ADE ∽ △ABC ■

【問題演習 351】

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の図で、△ABC ∽ △DEF であるとき、次の各問に答えなさい。

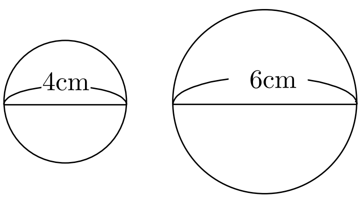


(1)　∠B に対応する角をいいなさい。

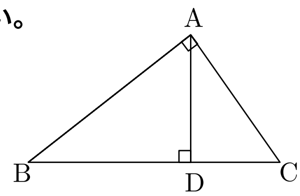
(2)　辺 AB に対応する辺をいいなさい。

(3)　∠A=85° のとき、∠D の大きさをいいなさい。

2　次の 2 つの円は相似で、その相似比は半径の長さに等しい。直径がそれぞれ 4cm、6cm のとき、2 つの円の相似比を求めなさい。

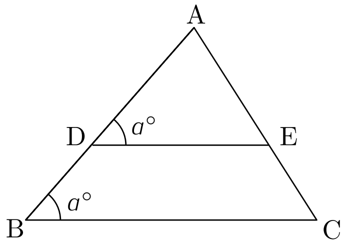


3　図は、∠A = 90°である直角三角形 ABC で、点 A から辺 BC に垂線 AD をひいたものです。
このとき、△ABC ∽ △DBA となることを証明しなさい。



4　図で、相似な三角形を記号 ∽ を使って表しなさい。また、そのときに使った相似条件を書きなさい。

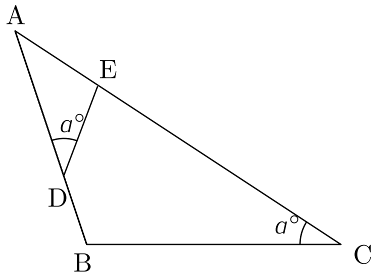
(1)



相似な三角形

三角形の相似条件

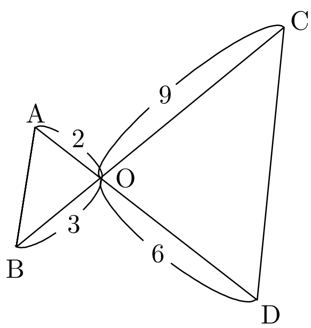
(2)



相似な三角形

三角形の相似条件

(3)



相似な三角形

三角形の相似条件

中学３年数学　５章 相似な図形 ２節　平行線と線分の比

実施日　／

学習内容と例題

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「三角形の１辺に平行な直線が、他の２辺に交わってできる線分の比について理解する」

【三角形と比の定理】図で、

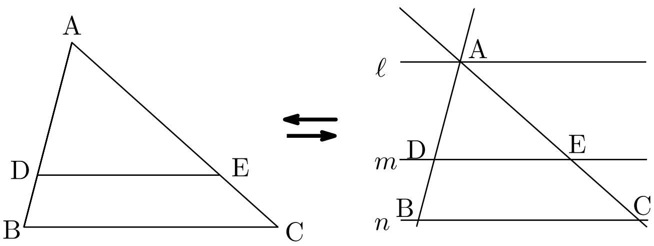
(1)DE// BC ならば AD:AB=AE:AC=DE:BC

(2)DE// BC ならば AD:DB=AE:EC

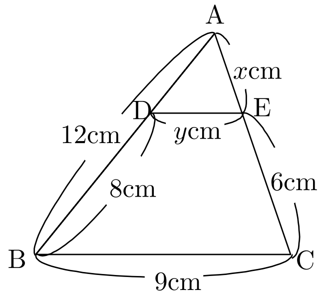
【三角形と比の定理の逆】図で、

(1)AD:AB=AE:AC=DE:BC ならば DE// BC

(2)AD:DB=AE:EC ならば DE// BC



例 次の図で、DE // BC とするとき、x, y の値を求めなさい。



解 図より、AD $=$ 4cmで、AD $:$ AB $= 4 : 12 = 1 : 3$ であるので、

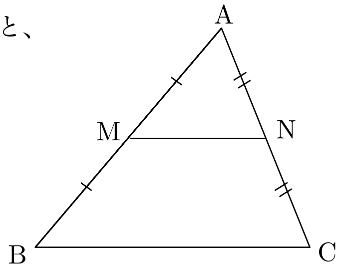
△ADE と △ABC の相似比は $1 : 3$ である。

$x : (x+6) = 1 : 3$ より、$3x = x + 6$ したがって、$x = 3$

また、$y : 9 = 1 : 3$ より、$y = 3$

【中点連結定理】△ABC の２辺 AB,AC の中点をそれぞれ M,N とすると、次の関係が成り立つ。

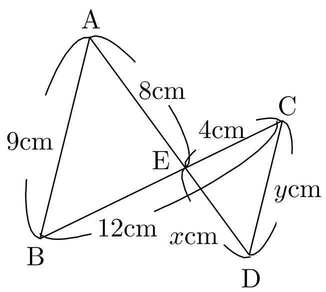
MN// BC, MN$=\frac{1}{2}$BC



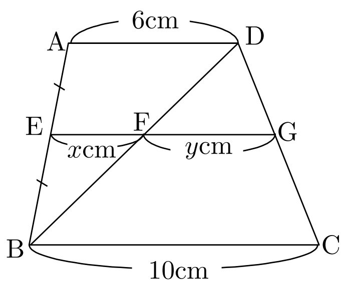
問題

1 次の各問に答えなさい。

(1)　次の図で、AB // CD とするとき、x, y の値を求めなさい。



(2)　次の図で、四角形 ABCD は、AD//BC の台形です。辺 AB の中点を E とし、E から辺 BC に平行な直線をひき、BD,CD との交点をそれぞれ F,G とします。このとき、x, y の値を求めなさい。



解答・解説

1

(1)　図より、BE $:$ EC $= 8 : 4 = 2 : 1$ であるから、△ABE と △DCE の相似比は、$2 : 1$ である。

図から、$8 : x = 2 : 1$ より、$2x = 8$, したがって、$x = 4$　また、$9 : y = 2 : 1$ より、$y = \frac{9}{2}$ (または、4.5)

(2)　△BAD について、三角形と比の定理より、F も BD の中点となることがわかる。同様に、△DBC について、G も辺 DC の中点となることがわかる。

したがって、それぞれの三角形について、中点連結定理より、$x = 3, y = 5$ となることがわかる。

中学３年数学　５章 相似な図形 ２節　平行線と線分の比

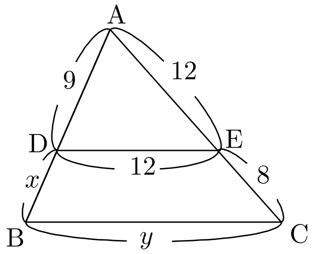
実施日　　／

【問題演習 352】

＿＿＿年＿＿＿組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

5 **図で、DE // BC であるとき、x, y の値を求めなさい。**

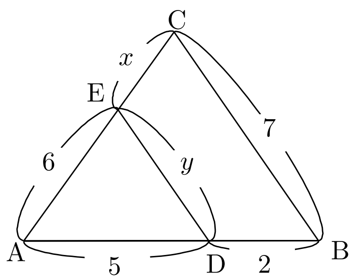
(1)



x の値

y の値

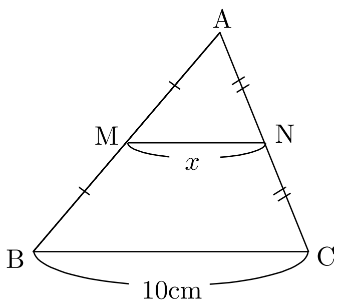
(2)



x の値

y の値

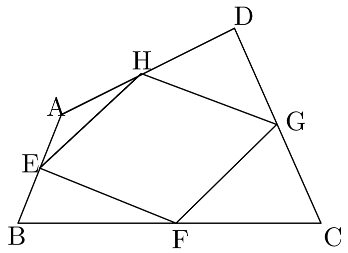
(3)



x の値

6 **次の証明において、□ に当てはまることがらを書きなさい。**

(1) 図で、四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とするとき、四角形 EFGH は平行四辺形になります。このことを証明しなさい。



（証明）

四角形 ABCD の対角線 BD をひく。

△ABD において、 あ は AB の中点、 い は AD の中点であるから、 う 定理より、

え $=\frac{1}{2}$BD ,　　え//BD

△CBD においても同様にして、

お $=\frac{1}{2}$BD ,　　お//BD

したがって、

え=お ,　　え//お

よって か（平行四辺形になるための条件） から、四角形 EFGH は平行四辺形である。　■

あ

い

う

え

お

か

中学3年数学 5章 相似な図形 3,4節　相似な図形の面積の比と体積の比、相似な図形の活用

実施日　　／

学習内容と例題　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「相似比と面積比や体積比の関係を理解し、面積、体積を求めることができる」

☑ 相似な平面図形では、周の長さの比は相似比に等しく、面積比は相似比の2乗に等しい。

㊞ 相似な2つの図形P, Qがあり、その相似比は $2:3$ です。Pの面積が 20cm^2 のとき、Qの面積を求めなさい。

解 相似比が $2:3$ であるから、面積比は $2^2:3^2$, すなわち $4:9$ となる。
Qの面積を x とすると、$20:x=4:9$ よって、$x=45$　答え 45cm^2

☑ 相似な立体では、体積比は相似比の3乗に等しい。

例 相似な2つの三角柱P, Qがあり、その相似比は $1:2$ です。Qの体積が 88cm^3 のとき、Pの体積を求めなさい。

解 相似比が $1:2$ であるから、体積比は $1^3:2^3$, すなわち $1:8$ となる。
Pの体積を x とすると、$x:88=1:8$ よって、$x=11$　答え 11cm^3

問題

1 次の各問に答えなさい。

(1) 相似な2つの図形P, Qがあり、その相似比は $4:5$ です。Pの面積が 64cm^2 のときQの面積を求めなさい。

(2) 相似な2つの三角柱P, Qがあり、その相似比は $3:2$ です。Qの体積が 24cm^3 のとき、Pの体積を求めなさい。

2 あるピザ屋のピザのサイズと値段は、次のようになっています。MサイズとLサイズではどちらを買ったほうが得になると考えられますか。理由に触れながら説明しなさい。ただし、ピザの厚さや具材は考えないものとし、ピザの形は円とみなすこととします。

	直径	値段
Mサイズ	25cm	2600円
Lサイズ	36cm	3900円

解答・解説

1

(1) 相似比が $4:5$ であるから、面積比は $4^2:5^2$, すなわち $16:25$ となる。
Qの面積を x とすると、$64:x=16:25$ よって、$x=100$　答え 100cm^2

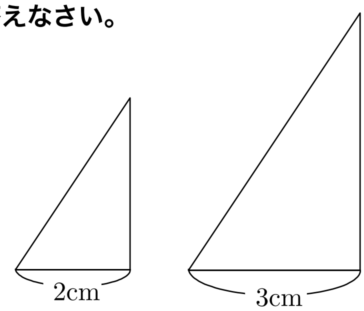
(2) 相似比が $3:2$ であるから、体積比は $3^3:2^3$, すなわち $27:8$ となる。
Pの体積を x とすると、$x:24=27:8$ よって、$x=81$　答え 81cm^3

2 MサイズのピザとLサイズのピザの相似比は、直径の長さの比と等しいから、$25:36$ である。
ここで、面積比は相似比の2乗に等しいから、2つのピザの面積比は、$25^2:36^2$、すなわち、$625:1296$
値段は1.5倍であるが、面積は約2倍になっているので、Lサイズを買ったほうが得になると考えられる。

【問題演習 353,354】　　　　　　　　　　　　　　　　　　実施日　　／

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

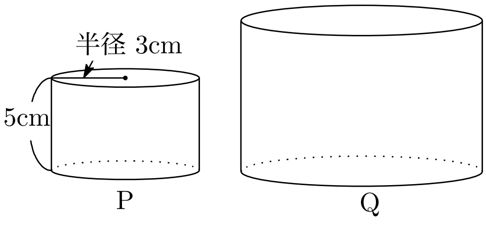
7　2 つの相似な直角三角形がある。このとき、次の各問に答えなさい。



(1)　周の長さを簡単な整数の比で表しなさい。

(2)　面積を簡単な整数の比で表しなさい。

8　底面の半径が 3cm で高さが 5cm の円柱 P がある。円柱 Q は円柱 P と相似で P と Q の相似比は 1 : 2 である。このとき、次の各問に答えなさい。ただし、円周率をπとする。



(1)　円柱 Q の表面積を求めなさい。

cm^2

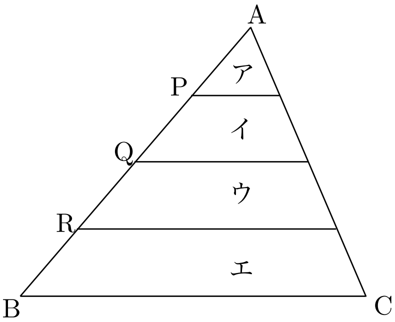
(2)　円柱 Q の体積を求めなさい。

cm^3

(3)　円柱 P の形の容器に水を入れ、その水を円柱 Q に移す。何杯でいっぱいになるか答えなさい。

杯

9　図で点 P, Q, R は △ABC の辺 AB を 4 等分する点で，それらを通る線分はいずれも辺 BC に平行である。アの面積が 1cm^{2}のとき，イ，ウ，エの面積をそれぞれ求めなさい。

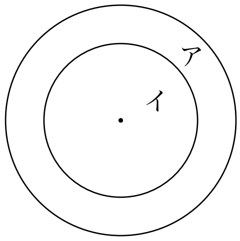


イ　cm^2

ウ　cm^2

エ　cm^2

10　図のように，半径 2cm の円の中に同じ点を中心とする円をかき，2 つの円で囲まれた部分をア，内側の円をイとする。アとイの面積が等しいとき，内側の円の半径を求めなさい。



cm

中学3年数学　5章 相似な図形　解答

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1

(1) $\angle$E　(2) 辺 DE　(3) $\angle\mathrm{D} = 85^\circ$

2 2 : 3

解き方・考え方

半径はそれぞれ 2cm と 3cm より、相似比は 2:3

3 （証明）

△ABC と △DBA において

仮定より、$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BDA}(= 90^\circ)$　$\cdots$①

共通な角だから、$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{DBA}$　$\cdots$②

①,②より、2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABC ∽ △DBA ■

4

(1) (相似な三角形)△ABC ∽ △ADE
(三角形の相似条件)2 組の角がそれぞれ等しい

(2) (相似な三角形)△ABC ∽ △AED
(三角形の相似条件)2 組の角がそれぞれ等しい

(3) (相似な三角形)△OAB ∽ △ODC
(三角形の相似条件)2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

5

(1) (x の値)6
(y の値)20

(2) (x の値)$\dfrac{12}{5}$
(y の値)5

(3) (x の値)5cm

(1)(3) の解き方・考え方

(1) △ADE∽△ABC より、

$$\begin{aligned} 9 : (9+x) &= 12 : (12+8) \\ 12(9+x) &= 9 \times 20 \\ 9 + x &= 15 \\ x &= 6 \\ 12 : (12+8) &= 12 : y \\ 12 \times y &= 20 \times 12 \\ y &= 20 \end{aligned}$$

(3) M は AB の中点、N は AC の中点であるから、
中点連結定理より、

$$\begin{aligned} \mathrm{MN} &= \frac{1}{2}\mathrm{BC} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \\ &= 5 \end{aligned}$$

6

ⓐ E
ⓘ H
ⓤ 中点連結
ⓔ EH
ⓞ FG
ⓚ 1 組の対辺が平行でその長さが等しい

7

(1) 2 : 3　(2) 4 : 9

(1)(2) の解き方・考え方

(1) 相似な図形では、対応する線分の長さの比はすべて等しいから、周の長さの比も 2:3 である。
(2) 相似な三角形では、相似比が $m : n$ のとき、面積の比は $m^2 : n^2$ であるから、

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

8

(1) $192\pi\mathrm{cm}^2$　(2) $360\pi\mathrm{cm}^3$　(3) 8 杯

9

イ 3cm^2

ウ 5cm^2

エ 7cm^2

10 $\sqrt{2}$cm

解き方・考え方

内側の円の面積と、外側の円の面積の比は $1:2$ より、相似比は $\sqrt{1}:\sqrt{2}$、つまり $1:\sqrt{2}$

外側の円の半径は 2cm なので、内側の円の半径を x とすると、

$$1:\sqrt{2}=x:2$$
$$\sqrt{2}x=2$$
$$x=\sqrt{2}$$