中学3年数学　4章 関数 $y=ax^2$ 1節　関数 $y=ax^2$(1)　　　実施日　　／

学習内容と例題　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて「関数 $y=ax^2$ について、x と y の関係をとらえることができる」

☑ y が x の関数で、$y=ax^2$ と表されるとき、y は x の2乗に比例するという。

例 y は x の2乗に比例し、$x=2$ のとき、$y=20$ です。このとき、y を x の式で表しなさい。

解 y は x の2乗に比例するから、$y=ax^2$ と書くことができる。
$x=2$ のとき、$y=20$ であるから、$20=a\times 2^2$　$a=5$ よって、答え $y=5x^2$

☑ 関数 $y=ax^2$ では、x がどの値からどの値まで増加するかによって、変化の割合は異なっていて、一定ではない。

例 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について、x の値が1から7まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解 $x=1$ のとき　$y=\frac{1}{4}\times 1^2=\frac{1}{4}$,　　$x=7$ のとき　$y=\frac{1}{4}\times 7^2=\frac{49}{4}$

したがって、変化の割合は $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{\frac{49}{4}-\frac{1}{4}}{7-1}=\dfrac{12}{6}=2$　よって、答え 2

問題

$\boxed{1}$ 次の各問に答えなさい。

(1) y は x の2乗に比例し、$x=-3$ のとき、$y=27$ です。このとき、y を x の式で表しなさい。

(2) 関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ について、x の値が -2 から8まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解答・解説

$\boxed{1}$

(1) y は x の2乗に比例するから、$y=ax^2$ と書くことができる。
$x=-3$ のとき、$y=27$ であるから、$27=a\times(-3)^2$　$a=3$ よって、答え $y=3x^2$

(2) $x=-2$ のとき　$y=\frac{2}{3}\times(-2)^2=\frac{8}{3}$,　$x=8$ のとき　$y=\frac{2}{3}\times 8^2=\frac{128}{3}$

したがって、変化の割合は $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{\frac{128}{3}-\frac{8}{3}}{8-(-2)}=\dfrac{40}{10}=4$　よって、答え 4

【問題演習 341(1)】

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　**【1 年生の復習】y は x に反比例し、$x=2$ のとき $y=3$ です。このとき、$\boxed{\quad}$ に数や式を入れなさい。**

(1)　y を x の式で表しなさい。

y は x に反比例するので、$y=\frac{a}{x}$

$x=2, y=3$ を代入すると、

$3=\frac{a}{2}$

$a=\boxed{あ}$

したがって、$y=\boxed{い}$

あ
い

(2)　$x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

(1) で求めた式に $x=-2$ を代入すると、

$y=\frac{\boxed{う}}{-2}$

したがって、$y=\boxed{え}$

う
え

2　**次の各問に答えなさい。**

y は x の 2 乗に比例し、$x=4$ のとき、$y=48$ です。このとき、y を x の式で表しなさい。

y は x の 2 乗に比例するので、

$y=ax^2$に $x=4, y=48$ を代入すると、

$\boxed{お}=a\times 4^2$

お $=16a$

$a=\boxed{か}$

したがって、$y=\boxed{き}x^2$

お
か
き

3　**次の各問に答えなさい。**

(1)　関数 $y=2x^2$について、x の値が 3 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$\boxed{\quad}$

(2)　関数 $y=2x^2$について、x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$\boxed{\quad}$

(3)　関数 $y=ax^2$について、x の値が 1 から 3 まで増加したときの変化の割合が 4 となるように a の値を定めなさい。

$\boxed{\quad}$

中学 3 年数学　4 章 関数 $y = ax^2$　1 節　関数 $y = ax^2$(2)

実施日　　／

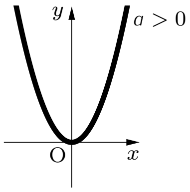
学習内容と例題　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

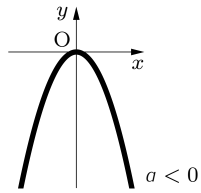
めあて「$y = ax^2$のグラフをかいたり、読んだりできる」

$y = ax^2$のグラフは次の性質をもつ。

(1) 原点を通る。

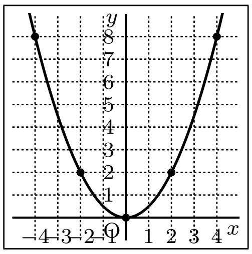
(2) y 軸について対称な曲線である。$a > 0$ のときは、上に開いた形、$a < 0$ のときは、下に開いた形になる。





(3) a の値の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さい。

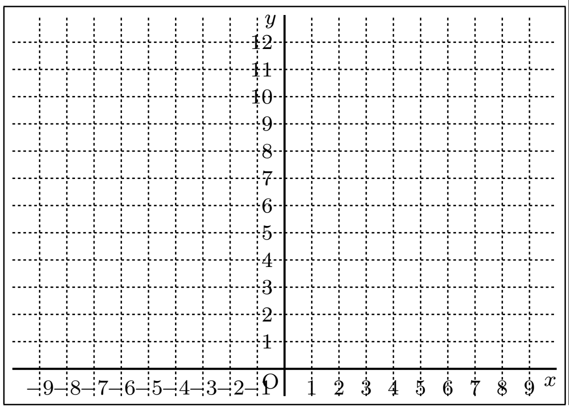
例 次の関数のグラフをみて、y を x の式で表しなさい。



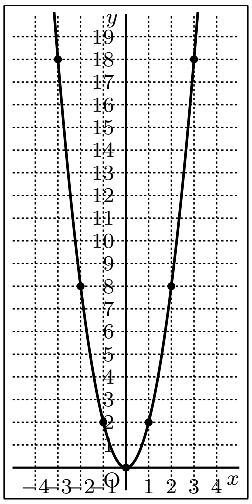
解 グラフは点 $(2, 2)$ を通っているから、$y = ax^2$に $x = 2, y = 2$ を代入すると、$a = \frac{1}{2}$　よって、$y = \frac{1}{2}x^2$

問題

1　$y = \frac{1}{3}x^2$のグラフをかきなさい。



2　次のグラフをみて、y を x の式で表しなさい。



解答・解説

1　点 $(0, 0), (3, 3), (6, 12), (-3, 3), (-6, 12)$ を通り、上に開いた形の放物線をかく。

2　$y = 2x^2$

中学３年数学　４章 関数 $y = ax^2$　１節　関数 $y = ax^2(2)$

実施日　　／

【問題演習 341(2)】

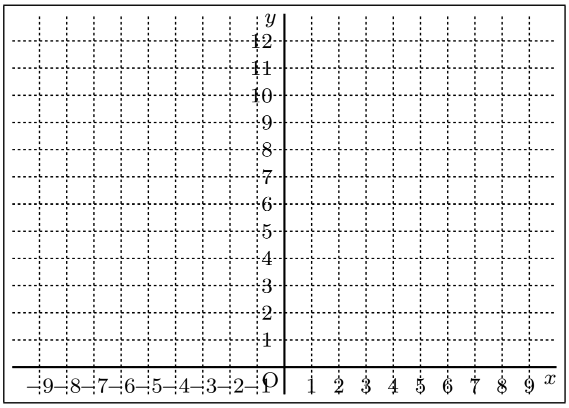
＿＿＿年＿＿＿組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

4　**関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、次の各問に答えなさい。**

(1)　次の表の空らんにあてはまる数を求め、表を完成させなさい。

x	$\cdots$	-5	-4	-2	0	2	4	5	$\cdots$
y	$\cdots$								$\cdots$

(2)　$y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

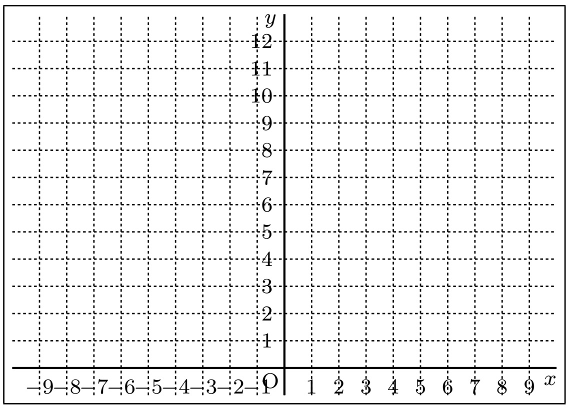


5　**関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、次の各問に答えなさい。**

(1)　次の表の空らんにあてはまる数を求め、表を完成させなさい。

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$								$\cdots$

(2)　$y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフをかきなさい。



6　**次の関数㋐〜㋕について、各問に当てはまるものをすべて記号で答えなさい。**

㋐　$y = x^2$　　　㋑　$y = 2x^2$

㋒　$y = -x^2$　　　㋓　$y = \frac{1}{2}x^2$

㋔　$y = \frac{1}{3}x^2$　　　㋕　$y = -0.5x^2$

(1)　グラフが下に開いた形をしたものはどれですか。

(2)　グラフの開き方がもっとも大きいものはどれですか。

(3)　グラフが x 軸について対称なものの組を挙げなさい。

(4)　グラフが点 $(2, -2)$ を通るものはどれですか。

(5)　x の変域が $x < 0$ のとき、x の値が増加すると y の値も増加するものはどれですか。

学習内容と例題

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて「身の回りの問題を関数 $y = ax^2$を利用して解決できる」

2乗に比例する関係がある2つの量では、一方の値からもう一方の値を知ることができる。

例 高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を ymとすると、$y = 4.9x^2$の関係があります。落ち始めてから10秒間では、何m落ちますか。

解 $y = 4.9x^2$に $x = 10$ を代入すると、$y = 490$　よって、答え 490m 落ちる。

例 1往復するのに x 秒かかる振り子の長さを ym とすると、$y = \frac{1}{4}x^2$ の関係がある。1往復するのに6秒かかる振り子の長さを求めなさい。

解 $y = \frac{1}{4}x^2$に $x = 6$ を代入すると、$y = 9$　よって、答え 9m

問題

$\boxed{1}$ 高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を ym とすると、$y = 4.9x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。

(1) 落ち始めてから3秒間では、何m落ちますか。

(2) 122.5m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒かかりますか。

$\boxed{2}$ 1往復するのに x 秒かかる振り子の長さを ym とすると、$y = \frac{1}{4}x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。

(1) 1往復するのに4秒かかる振り子の長さを求めなさい。

(2) 長さが1m の振り子が、1往復するのにかかる時間を求めなさい。

$\boxed{3}$ 1枚の紙を半分に切り、切ってできた2枚を重ねて、さらに半分に切ります。x 回切ったときにできる紙の枚数を y 枚とすると、y は x の関数であるといえますか。

解答・解説

$\boxed{1}$

(1) $y = 4.9x^2$に $x = 3$ を代入すると、$y = 44.1$　よって、答え 44.1m 落ちる。

(2) $y = 4.9x^2$に $y = 122.5$ を代入すると、$4.9x^2 = 122.5$ より、$x^2 = 25$、よって $x = \pm 5$
$x > 0$ より、$x = 5$　よって、答え 5 秒かかる。

$\boxed{2}$

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$に $x = 4$ を代入すると、$y = 4$　よって、答え 4m

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$に $y = 1$ を代入すると、$\frac{1}{4}x^2 = 1$ より、$x^2 = 4$、よって、$x = \pm 2$
$x > 0$ より、$x = 2$　よって、答え 2 秒

$\boxed{3}$ いえる。(x の値を1つ決めると y の値がただ1つに決まるため)

中学 3 年数学　4 章 関数 $y = ax^2$　2,3 節　関数 $y = ax^2$ の活用、いろいろな関数　実施日　／

【問題演習 342,343】

＿＿＿年＿＿＿組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

7　**高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を ym とすると、$y = 4.9x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。**

(1)　落ち始めてから 2 秒間では、何m 落ちますか。

m

(2)　176.4m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒かかりますか。

秒

8　**1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを ym とすると、$y = \frac{1}{4}x^2$ の関係があります。このとき、次の各問に答えなさい。**

(1)　1 往復するのに 2 秒かかる振り子の長さを求めなさい。

m

(2)　長さが 9m の振り子が、1 往復するのにかかる時間を求めなさい。

秒

9　**2 つの関数 $y = x^2$ と $y = ax^2$ $(a < 0)$ のグラフが、点 $(-4, 0)$ を通り y 軸に平行な直線とそれぞれ点 A、B で交わっている。ここで、線分 AB の中点を C とすると、その y 座標は 2 である。また、$y = x^2$ のグラフ上を動き、その x 座標は正である点を P とする。このとき、次の問いに答えなさい。**

(1)　点 A、B の座標をそれぞれ求めなさい。

点 A の座標

点 B の座標

(2)　a の値を求めなさい。

(3)　△ACP の面積が 42 になるときの点 P の座標を求めなさい。

中学3年数学　4章 関数 $y=ax^2$ 解答

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿

1

(1) ㋐ 6, ㋑ $\frac{6}{x}$　(2) ㋒ 6, ㋓ -3

2

㋔ 48, ㋕ 3, ㋖ 3

3

(1) 16　(2) -8　(3) $a=1$

(1)(3) の解き方・考え方

(1) x の値が 3 から 5 まで増加するとき、

$x=3$ のとき、y の値は $y=2\times3^2=18$
$x=5$ のとき、y の値は $y=2\times5^2=50$

したがって、変化の割合は、

$$\frac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=\frac{50-18}{5-3}=\frac{32}{2}=16$$

(3) x の値が 1 から 3 まで増加するとき、

$x=1$ のとき、y の値は $y=a$
$x=3$ のとき、y の値は $y=9a$

したがって、変化の割合は、

$$\frac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=\frac{9a-a}{3-1}=\frac{8a}{2}=4a$$

このときの変化の割合は 4 だから、

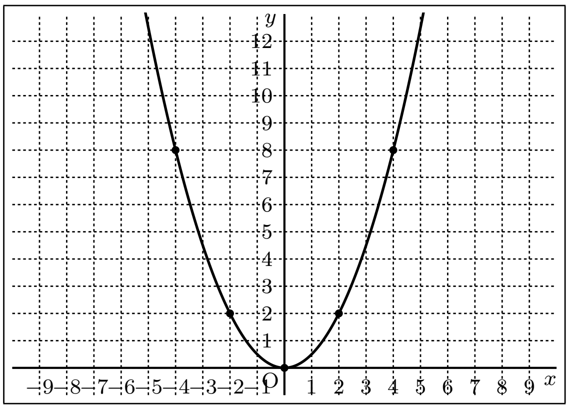
$$4a=4$$
$$a=1$$

4

(1)

x	$\cdots$	-5	-4	-2	0	2	4	5	$\cdots$
y	$\cdots$	**12.5**	**8**	**2**	**0**	**2**	**8**	**12.5**	$\cdots$

(2)

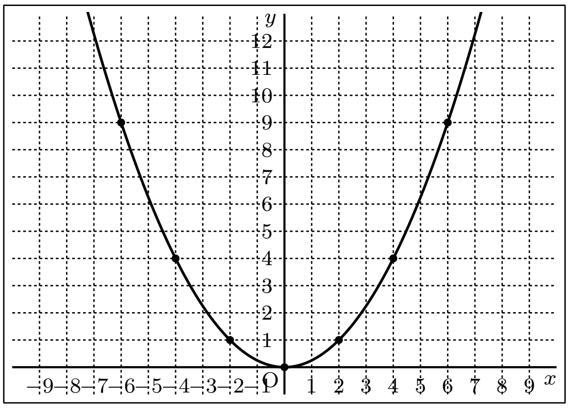


5

(1)

x	$\cdots$	-6	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
y	$\cdots$	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**	**9**	$\cdots$

(2)



6

(1) ㋒, ㋕　(2) ㋔
(3) ㋐と㋒, ㋓と㋕　(4) ㋕
(5) ㋒, ㋕

(1)(2)(3)(4)(5) の解き方・考え方

(1) $y=ax^2$で、$a<0$ であるものを選ぶ。
(2) a の値の絶対値が最も小さいものを選ぶ。
(3) a の値の絶対値が等しいものの組を挙げる。
(4) $x=2, y=-2$ を代入し式が成り立つものを選ぶ。
(5)「x の変域が $x<0$ のとき、x の値が増加すると y の値も増加する」とき、グラフは $x<0$ の範囲で傾きが正（右上がりのグラフ）になる。$y=ax^2$でこの条件を満たすのは、$a<0$ のときであるから、(1) と同じ答えとなる。

7

(1) 19.6m　(2) 6 秒

8

(1) 1m　(2) 6 秒

9

(1) (点 A の座標)$(-4, 16)$ (点 B の座標)$(-4, -12)$

(2) $a = -\dfrac{3}{4}$

(3) P$(2, 4)$

(1)(2)(3) の解き方・考え方

(1) 点 B の座標を $(-4, b)$ とする。

これを、$y = x^2$に代入すると、$b = 16$ となる。

よって、点 B の座標は、$(-4, 16)$

次に、点 A の座標を $(-4, a)$ とする。

C$(-4, 2)$ は AB の中点より、

$$\frac{16 + a}{2} = 2$$
$$a = -12$$

よって、点 A の座標は、$(-4, -12)$

(2) (1) より、$y = ax^2$に $(-4, -12)$ を代入して、

$$-12 = 16a$$
$$a = -\frac{3}{4}$$

(3) △ACP で、AC=$2 - (-12) = 14$ より、
AC を底辺としたときの高さを h とすると、

$$14 \times h \times \frac{1}{2} = 42$$
$$h = 6$$

点 P の座標を (p, q) とすると、

$$p - (-4) = 6$$
$$p = 2$$

$(2, q)$ を $y = x^2$に代入して、$q = 4$
よって、P$(2, 4)$