

学習内容と例題

____年 ____組 ____番 氏名 _____

めあて 「2次方程式の解の特徴を理解し、平方根や因数分解の考えを使って解くことができる」

☑ $ax^2 + c = 0$ の形をした2次方程式は、平方根の考えを使って解くことができる。

例 $8x^2 - 24 = 0$ を解きなさい。

解 $8x^2 - 24 = 0 \xrightarrow{\text{移項}} 8x^2 = 24 \xrightarrow{\text{両辺}\div 8} x^2 = 3 \xrightarrow{\text{平方根}} x = \pm\sqrt{3}$

☑ $(x + \Delta)^2 = \bigcirc$ の形をした2次方程式は、かっこの中をひとまとまりのものとみて、平方根の考えを使って解くことができる。

例 $(x + 3)^2 = 6$ を解きなさい。

解 $(x + 3)^2 = 6 \xrightarrow{\text{平方根}} x + 3 = \pm\sqrt{6} \xrightarrow{\text{移項}} x = -3 \pm\sqrt{6}$

☑ 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の左辺が因数分解できるときは、「 $AB = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ 」を利用して解くことができる。

例 $x^2 - x - 20 = 0$ を解きなさい。

解 $x^2 - x - 20 = 0 \xrightarrow{\text{因数分解}} (x + 4)(x - 5) = 0 \rightarrow x + 4 = 0, \text{ または } x - 5 = 0 \text{ よって、} x = -4, x = 5$

☑ 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ で、 a, b, c の値がわかれば、2次方程式の解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ にそれぞれの値を代入して、解を求めることができる。

例 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ を解きなさい。

解 $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm 1}{4}$ よって、 $x = \frac{3}{2}, x = 1$

問題

1 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $5x^2 - 60 = 0$

(2) $(x + 5)^2 - 20 = 0$

(3) $x^2 + x - 56 = 0$

(4) $3x^2 + x - 2 = 0$

解答・解説

1

(1) $5x^2 - 60 = 0$

$5x^2 = 60$

$x^2 = 12$

$x = \pm 2\sqrt{3}$

(2) $(x + 5)^2 - 20 = 0$

$(x + 5)^2 = 20$

$x + 5 = \pm 2\sqrt{5}$

$x = -5 \pm 2\sqrt{5}$

(3) $x^2 + x - 56 = 0$

$(x + 8)(x - 7) = 0$

$x = -8, x = 7$

(4) $3x^2 + x - 2 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$

$x = \frac{-1 \pm 5}{6}$

よって、 $x = \frac{2}{3}, x = -1$

【問題演習 331】

年 組 番 氏名 _____

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x + 3)(x + 4) = 0$

(2) $x(x - 7) = 0$

(3) $x^2 - x - 30 = 0$

(4) $x^2 - 3x = 0$

(5) $3x^2 = 15$

(6) $2x^2 - 24 = 0$

(7) $(x - 2)^2 = 9$

(8) $(x + 1)(x - 5) = 16$

(9) $x^2 + 2x - 4 = 0$

(10) $2x^2 + 6x + 3 = 0$

✎ 学習内容と例題

_____年 _____組 _____番 氏名 _____

めあて 「2次方程式を活用して、いろいろな問題を解くことができる」

☑ 2次方程式を利用して文章題を解くとき、方程式の解がそのまま答えになるとは限らない。

⑧ 例 大小2つの整数があります。その差は2で、積は35です。2つの整数を求めなさい。

⑨ 解 小さいほうの整数を x とすると、大きいほうの整数は $x+2$ と表される。2つの整数の積が35であるから

$$x(x+2) = 35$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x+7)(x-5) = 0 \quad \text{したがって、} x = -7, x = 5$$

$x = -7$ のとき、大きいほうの整数は $-7+2 = -5$

$x = 5$ のとき、大きいほうの整数は $5+2 = 7$

これらは問題に適している。 答え -7 と -5 , 5 と 7

✎ 問題

1 大小2つの整数があります。その差は4で、積は45です。2つの整数を求めなさい。

☑ 解答・解説

1

小さいほうの整数を x とすると、大きいほうの整数は $x+4$ と表される。2つの整数の積が45であるから

$$x(x+4) = 45$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0 \quad \text{したがって、} x = -9, x = 5$$

$x = -9$ のとき、大きいほうの整数は $-9+4 = -5$

$x = 5$ のとき、大きいほうの整数は $5+4 = 9$

これらは問題に適している。 答え -9 と -5 , 5 と 9

【問題演習 332】

年 組 番 氏名

2 2次方程式 $x^2 - 2x + a = 0$ の解の1つは $1 - \sqrt{2}$ である。このとき、次の各問に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

$a =$

(2) もう1つの解を求めなさい。

3 大小2つの整数があります。その差は7で、積は18です。2つの整数を求めなさい。

4 大小2つの正方形があります。

2つの正方形の面積の和は、 34cm^2 であり、大きい正方形の1辺の長さは、小さい正方形の1辺の長さより2cm長い。小さい正方形の1辺の長さを求めなさい。

(1) このことを次のように考えます。に共通する式を入れて、方程式を立てなさい。

(解き方)

小さい正方形の1辺の長さを x とすると、大きい正方形の1辺の長さは、と表される。

これより、小さい正方形の面積は x^2 、大きい正方形の面積は、()²と表される。

2つの正方形の面積の和が 34cm^2 であるので、

$$x^2 + (\text{input})^2 = 34 \dots \textcircled{1}$$

という2次方程式が立てられる。

(2) ①を解いて、小さい正方形の1辺の長さを求めなさい。

cm

1

- (1) $x = -3, x = -4$ (2) $x = 0, x = 7$
 (3) $x = -5, x = 6$ (4) $x = 0, x = 3$
 (5) $x = \pm\sqrt{5}$ (6) $x = \pm 2\sqrt{3}$
 (7) $x = 5, x = -1$ (8) $x = 7, x = -3$
 (9) $x = -1 \pm \sqrt{5}$ (10) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$

(1)(2)(5)(6)(7)の解き方・考え方

(1) $(x+3)(x+4) = 0$ で、 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ より、

$$x+3=0 \text{ または } x+4=0$$

よって、 $x = -3, x = -4$

(2) $x(x-7) = 0$ で、 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または $B=0$ より、

$$x=0 \text{ または } x-7=0$$

よって、 $x = 0, x = 7$

(5) $3x^2 = 15$ で、両辺を3でわって、

$$x^2 = 5$$

2乗して5になる数は、 $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ より、

$$x = \pm\sqrt{5}$$

(6) $2x^2 - 24 = 0$ で、両辺を2でわって、

$$x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 = 12$$

$$x = \pm\sqrt{12}$$

$$x^2 = \pm 2\sqrt{3}$$

(7) $(x-2)^2 = 9$ で、2乗して9になる数は、3, -3より、

$$x-2 = 3 \text{ または } x-2 = -3$$

よって、 $x = 5, x = -1$

(8)(9)(10)の解き方・考え方

(8) $(x+1)(x-5) = 16$ の左辺を展開して整理すると、

$$x^2 - 4x - 5 = 16$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

よって、 $x = 7, x = -3$

(9) $x^2 + 2x - 4 = 0$ で

$ax^2 + bx + c = 0$ のとき、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ より

$a = 1, b = 2, c = -4$ を代入して、

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

(10) $2x^2 + 6x + 3 = 0$ で

$ax^2 + bx + c = 0$ のとき、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ より

$a = 2, b = 6, c = 3$ を代入して、

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4}$$

$$x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

2

- (1) $a = -1$ (2) $x = 1 + \sqrt{2}$

(1)(2) の解き方・考え方

(1) 方程式を成り立たせる文字の値を方程式の解というので、 $x = 1 - \sqrt{2}$ を $x^2 - 2x + a = 0$ に代入すると式が成り立つ。代入すると、

$$\begin{aligned}(1 - \sqrt{2})^2 - 2(1 - \sqrt{2}) + a &= 0 \\ 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 2 + 2\sqrt{2} + a &= 0 \\ a &= -1\end{aligned}$$

(2) $a = -1$ より、方程式は $x^2 - 2x - 1 = 0$ となる。これを解くと、

$$\begin{aligned}x &= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} \\ &= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ &= 1 \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

よって、もう1つの解は、 $1 + \sqrt{2}$

3 2 と 9, -9 と -2

4

(1) $x + 2$ (2) 3cm