中学3年数学　1章 式の計算 1節　多項式の乗法と除法

実施日　／

学習内容と例題

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて　「多項式どうしの乗法の計算ができる」

単項式と多項式の乗法は分配法則を使って計算し、多項式を単項式でわる除法は乗法になおして計算する。

例 $3a\,(a+2b)$ を計算しなさい。

解 $3a\,(a+2b)=3a\times a+3a\times 2b=3a^2+6ab$

$(a+b)(c+d)$ の計算は、$c+d$ を M とおけば、単項式と多項式の乗法として計算できる。

例 $(x+2)(y+4)$ を展開しなさい。

解 $(y+4)$ を M とおくと、$(x+2)(y+4)=(x+2)\times M=xM+2M=x(y+4)+2(y+4)=xy+4x+2y+8$

多項式どうしの積を展開するための公式

① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$　② $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

③ $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$　④ $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

例 $(x+2)(x+5)$ を展開しなさい。

解 $(x+2)(x+5)=x^2+(2+5)x+2\times 5=x^2+7x+10$

問題

1　次の計算をしなさい。

(1)　$-a\,(3a-5b)$

(2)　$(6x^2y-9xy^2)\div 3xy$

2　次の式を展開しなさい。

(1)　$(x-3)(y+6)$

(2)　$(a+1)(a+b+3)$

3　次の式を展開しなさい。

(1)　$(x-1)(x+4)$

(2)　$(x+3)^2$

(3)　$(x+5)(x-5)$

解答・解説

1

(1) $-a\,(3a-5b)$

$=-a\times 3a+(-a)\times(-5b)$

$=-3a^2+5ab$

(2) $(6x^2y-9xy^2)\div 3xy$

$=(6x^2y-9xy^2)\times\dfrac{1}{3xy}$

$=2x-3y$

2

(1) $(x-3)(y+6)$

$=xy+6x-3y-18$

(2) $(a+1)(a+b+3)$

$=a^2+ab+3a+a+b+3$

$=a^2+ab+4a+b+3$

3

(1) $(x-1)(x+4)$

$=x^2+(-1+4)x+(-1)\times 4$

$=x^2+3x-4$

(2) $(x+3)^2$

$=x^2+2\times 3\times x+3^2$

$=x^2+6x+9$

(3) $(x+5)(x-5)$

$=x^2-25$

中学 3 年数学　1 章 式の計算 1 節　多項式の乗法と除法

実施日　／

【問題演習 311】

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1 **次の計算をしなさい。**

(1)　$2x\,(3x-1)$

(2)　$(x-4y+3)\times(-2x)$

(3)　$(3xy^2+9x^2y)\div 3x$

(4)　$(5a^2+ab)\div \dfrac{1}{5}a$

(5)　$x\,(x+3)+2x\,(3-x)$

(6)　$(x+5)(y+4)$

(7)　$(2x+7)(x-3)$

(8)　$(x+3)(x+5)$

(9)　$(x+5)(x-8)$

(10)　$(x+4)^2$

(11)　$(x-3)^2$

(12)　$(x+4)(x-4)$

(13)　$(3x+1)^2$

(14)　$(5+x)(5-x)$

(15)　$(x-2y)(x+2y)$

(16)　$(x-4y)(5x-y)$

中学3年数学　1章 式の計算 2節　因数分解

実施日　　／

学習内容と例題

______年______組______番 氏名______________________

めあて 「多項式を因数分解できる」

☑ 多項式の各項に共通な因数があるとき、それをかっこの外にくくり出して、式を因数分解することができる。

㊝ $4xy+6x$ を因数分解しなさい。

解 $4xy$ と $6x$ の共通な因数 $2x$ をくくり出して、$4xy+6x=2x(2y+3)$

☑ 式を展開するときに使った乗法公式を逆に使って、式を因数分解することができる。

㊝ $x^2+7x+10$ を因数分解しなさい。

解 $x^2+7x+10=x^2+(2+5)x+2\times5$ より、$(x+2)(x+5)$

問題

$\boxed{1}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $10ax-8ay$

(2) $2xy+4x^2y-6xy^2$

$\boxed{2}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2-10x+16$

(2) $x^2+14x+49$

(3) x^2-36

解答・解説

$\boxed{1}$

(1) $10ax-8ay$
$=2a(5x-4y)$

(2) $2xy+4x^2y-6xy^2$
$=2xy(1+2x-3y)$

$\boxed{2}$

(1) $x^2-10x+16$
$=x^2+(-2-8)x+(-2)\times(-8)$
$=(x-2)(x-8)$

(2) $x^2+14x+49$
$=x^2+2\times7\times x+7^2$
$=(x+7)^2$

(3) x^2-36
$=(x+6)(x-6)$

中学 3 年数学　1 章 式の計算 2 節　因数分解

実施日　／

【問題演習 312】

年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

2　**次の $\boxed{}$ に当てはまる言葉をかきなさい。**

(1)　多項式 x^2+5x+6 を、$x+2$ と $x+3$ の積の形で表すとき、$x+2$ と $x+3$ を x^2+5x+6 の $\boxed{あ}$ という。

あ

(2)　多項式をいくつかのあの積として表すことを、その多項式を $\boxed{い}$ するという。

い

3　**次の式を因数分解しなさい。**

(1)　$7x-7$

(2)　$2xy-4y$

(3)　x^2+6x+5

(4)　$x^2+8x+12$

(5)　x^2+x-12

(6)　$x^2+8x+16$

(7)　x^2-6x+9

(8)　x^2-25

(9)　x^2y-y

(10)　$4x^2+24x+36$

(11)　$49-x^2$

(12)　$x^2+18xy+81y^2$

中学3年数学　1章 式の計算 3節　式の活用

実施日　　／

学習内容と例題　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて「展開や因数分解を活用して、数や図形の性質を証明できる」

☑ 展開や因数分解を利用すると、計算をくふうして行うことができる。

例 35^2-15^2をくふうして計算しなさい。

解 公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。$35^2-15^2=(35+15)\times(35-15)=50\times20=1000$

例 33×27 をくふうして計算しなさい。

解 公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$を使う。$33\times27=(30+3)(30-3)=30^2-3^2=900-9=891$

☑ 式の計算を利用して、数や図形の性質を証明することができる。

例 2つの続いた奇数の積に1を加えると4の倍数になることを証明しなさい。

解 2つの続いた奇数は、整数 n を使って次のように表される。

$$2n-1,\ 2n+1$$

この2つの続いた奇数の積に1を加えると

$$\begin{aligned}&(2n-1)(2n+1)+1\\=&4n^2-1+1\\=&4n^2\end{aligned}$$

n^2は整数であるから、$4n^2$は4の倍数。

よって、2つの続いた奇数の積に1を加えると4の倍数になる。■

問題

$\boxed{1}$ 次の式をくふうして計算しなさい。

(1) 28^2-22^2

(2) 32×28

(3) 2つの続いた奇数の積に5を加えると4の倍数になることを証明しなさい。

解答・解説

$\boxed{1}$

(1)
$$\begin{aligned}&28^2-22^2\\=&(28+22)\times(28-22)\\=&50\times6\\=&300\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&32\times28\\=&(30+2)\times(30-2)\\=&30^2-2^2\\=&900-4\\=&896\end{aligned}$$

(3) 2つの続いた奇数は、整数 n を使って次のように表される。

$$2n-1,\ 2n+1$$

この2つの続いた奇数の積に5を加えると

$$\begin{aligned}&(2n-1)(2n+1)+5\\=&4n^2-1+5\\=&4n^2+4\\=&4(n^2+1)\end{aligned}$$

n^2+1 は整数であるから、$4(n^2+1)$ は4の倍数。
よって、2つの続いた奇数の積に5を加えると4の倍数になる。■

中学３年数学　１章 式の計算 ３節　式の活用　　　　　　実施日　　／

【問題演習 313】

＿＿＿年＿＿＿組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

4 次の $\boxed{}$ に当てはまる数や式をかきなさい。

$$
\begin{aligned}
25^2 - 15^2 &= (25+15)(25-15)\\
&= 40 \times \boxed{\text{あ}}\\
&= \boxed{\text{い}}
\end{aligned}
$$

あ
い

5 **次の各問に答えなさい。**

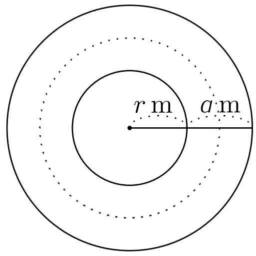
(1)　２つの続いた奇数の２乗の差は８の倍数になることを証明しなさい。

(2)　奇数の平方から１をひいた数は４の倍数となることを証明しなさい。

(3)　図のように半径 r mの円形の土地の周囲に幅 a m の道があります。この道の面積をS m^2、道の真ん中を通る円周の長さを ℓ mとするとき、

S= $a\ell$

となります。このことを証明しなさい。



中学 3 年数学　1 章 式の計算　**解答**

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1

(1) $6x^2 - 2x$　(2) $-2x^2 + 8xy - 6x$

(3) $y^2 + 3xy$　(4) $25a + 5b$

(5) $-x^2 + 9x$　(6) $xy + 4x + 5y + 20$

(7) $2x^2 + x - 21$　(8) $x^2 + 8x + 15$

(9) $x^2 - 3x - 40$　(10) $x^2 + 8x + 16$

(11) $x^2 - 6x + 9$　(12) $x^2 - 16$

(13) $9x^2 + 6x + 1$　(14) $25 - x^2$

(15) $x^2 - 4y^2$　(16) $5x^2 - 21xy + 4y^2$

(1)(4)(6)(8)(10)(12)(13) の解き方・考え方

(1) $2x(3x - 1)$
$= 2x \times 3x + 2x \times (-1)$
$= 6x^2 - 2x$

(4) $(5a^2 + ab) \div \frac{1}{5}a$
$= (5a^2 + ab) \div \frac{a}{5}$
$= (5a^2 + ab) \times \frac{5}{a}$
$= 5a^2 \times \frac{5}{a} + ab \times \frac{5}{a}$
$= 25a + 5b$

(6) $(x + 5)(y + 4)$
$= x(y + 4) + 5(y + 4)$
$= xy + 4x + 5y + 20$

(8) $(x + 3)(x + 5)$
$= x^2 + (3 + 5)x + 3 \times 5$
$= x^2 + 8x + 15$

(10) $(x + 4)^2$
$= x^2 + 2 \times 4 \times x + 4^2$
$= x^2 + 8x + 16$

(12) $(x + 4)(x - 4)$
$= x^2 - 4^2$
$= x^2 - 16$

(13) $(3x + 1)^2$
$= (3x)^2 + 2 \times (3x) \times 1 + 1^2$
$= 9x^2 + 6x + 1$

(14) の解き方・考え方

(14) $(5 + x)(5 - x)$
$= 5^2 - x^2$
$= 25 - x^2 \quad (= -x^2 + 25)$

2

(1) ㋐ 因数　(2) ㋑ 因数分解

3

(1) $7(x - 1)$　(2) $2y(x - 2)$

(3) $(x + 1)(x + 5)$　(4) $(x + 2)(x + 6)$

(5) $(x - 3)(x + 4)$　(6) $(x + 4)^2$

(7) $(x - 3)^2$　(8) $(x + 5)(x - 5)$

(9) $y(x + 1)(x - 1)$　(10) $4(x + 3)^2$

(11) $(7 + x)(7 - x)$　(12) $(x + 9y)^2$

(1)(3)(7)(8)(9) の解き方・考え方

(1) $7x - 7$
$= 7 \times x - 7 \times 1$
$= 7 \times (x - 1)$
$= 7(x - 1)$

(3) $x^2 + 6x + 5$
$= x^2 + (1 + 5)x + 1 \times 5$
$= (x + 1)(x + 5)$

(7) $x^2 - 6x + 9$
$= x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2$
$= (x - 3)^2$

(8) $x^2 - 25$
$= x^2 - 5^2$
$= (x + 5)(x - 5)$

(9) $x^2y - y$
$= y(x^2 - 1)$
$= y(x^2 - 1^2)$
$= y(x + 1)(x - 1)$

(10)(12) の解き方・考え方

(10) $4x^2+24x+36$
$=4(x^2+6x+9)$
$=4(x+3)^2$

(12) $x^2+18xy+81y^2$
$=x^2+2\times 9y\times x+(9y)^2$
$=(x+9y)^2$

4 ㋐ 10, ㋑ 400

5

(1)（証明）

n を整数とすると、2 つの続いた奇数は $2n-1, 2n+1$ と表される。これらの 2 乗の差は

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2$$
$$=4n^2+4n+1-(4n^2-4n+1)$$
$$=8n$$

n は整数だから、$8n$ は 8 の倍数。よって、2 つの続いた奇数の 2 乗の差は 8 の倍数になる。 ■

(2)（証明）

n を整数とすると、奇数は $2n+1$ と表される。この平方から 1 をひいた数は

$$(2n+1)^2-1$$
$$=4n^2+4n+1-1$$
$$=4n^2+4n$$
$$=4(n^2+n)$$

n^2+n は整数だから、$4(n^2+n)$ は 4 の倍数。よって、奇数の平方から 1 をひいた数は 4 の倍数になる。 ■

(3)（証明）

$$\mathrm{S}=\pi(r+a)^2-\pi r^2$$
$$=\pi(r^2+2ar+a^2)-\pi r^2$$
$$=2\pi ar+\pi a^2\cdots ①$$

道の真ん中を通る円の半径は $\left(r+\dfrac{a}{2}\right)$m であるから

$$\ell=2\pi\left(r+\frac{a}{2}\right)$$
$$=2\pi r+\pi a\cdots ②$$

②の両辺に a をかけて

$$a\ell=a(2\pi r+\pi a)$$
$$=2\pi ar+\pi a^2\cdots ③$$

よって、①,③より、

$$S=a\ell$$

■