中学２年数学　５章 三角形と四角形 １節　三角形 (1)

実施日　　／

学習内容と例題　　　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「二等辺三角形の性質を理解する」

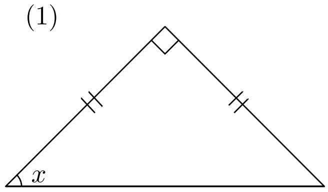
☑ 二等辺三角形の底角と頂角の二等分線

【定理】 二等辺三角形の底角は等しい。

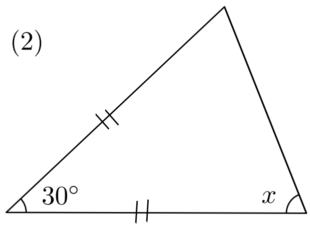
【定理】 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に２等分する。

㊎ 図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

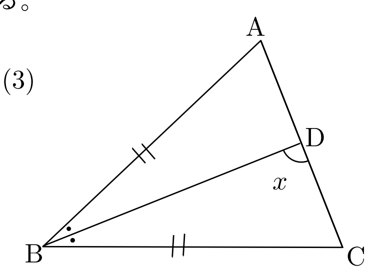
(1)



(2)



(3)



∠ABD=∠CBD

解　(1) $x = (180° - 90) \div 2 = 45°$　　(2) $x = (180° - 30°) \div 2 = 75°$　　(3) $x = 90°$

☑ 二等辺三角形になるための条件

【定理】 三角形の２つの角が等しければ、その三角形は、等しい２つの角を底角とする二等辺三角形である。

☑ 定理の逆と反例

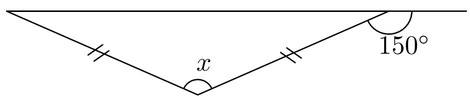
ある定理の仮定と結論を入れかえたものを、その定理の逆という。あることがらが成り立たない例を反例という。あることがらが正しくないことを示すには、反例を１つあげればよい。

㊎「$x \geqq 3$ ならば $x > 1$ である」の逆をいい、それが正しいかどうかもいいなさい。

解 逆は仮定（$x \geqq 3$）と結論（$x > 1$）を入れかえたものだから、「$x > 1$ ならば $x \geqq 3$ である」が逆となる。たとえば $x = 2$ は $x > 1$ であるが $x \geqq 3$ ではないので、逆は正しくない。

問題

$\boxed{1}$ 図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



$\boxed{2}$ 「$a > 0$ ならば $a^2 > 0$ である」の逆をいい、それが正しいかどうかもいいなさい。

解答・解説

$\boxed{1}$ $x = (180° - 30° \times 2) = 120°$

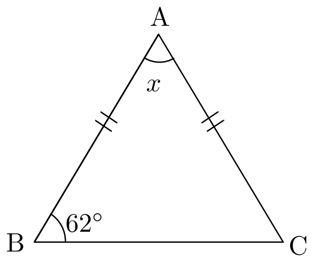
$\boxed{2}$ 逆は仮定（$a > 0$）と結論（$a^2 > 0$）を入れかえたものだから、「$a^2 > 0$ ならば $a > 0$ である」が逆となる。たとえば $a = -1$ は $a^2 > 0$ であるが $a > 0$ ではないので、逆は正しくない。

【問題演習 251(1)】

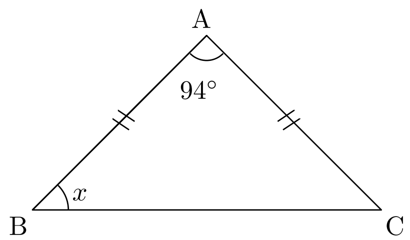
＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　**下のそれぞれの図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、∠x の大きさを求めなさい。**

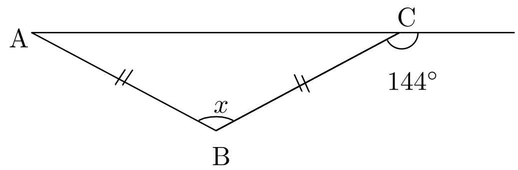
(1)　$x =$ ＿＿＿＿＿



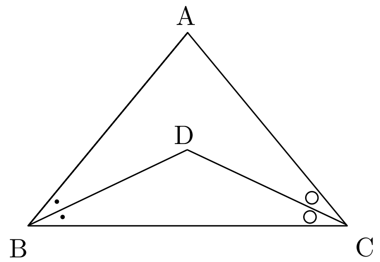
(2)　$x =$ ＿＿＿＿＿



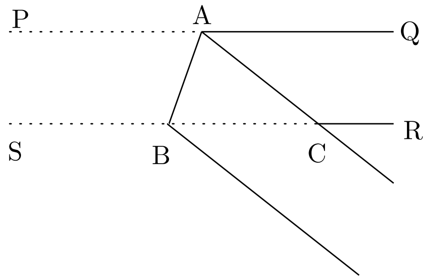
(3)　$x =$ ＿＿＿＿＿



2　**図で、∠B の二等分線と∠C の二等分線の交点を D とする。このとき、BD = CD ならば、△ABC は二等辺三角形であることを証明しなさい。**



3　**図のように紙テープを折り返すとき、重なった部分でできる三角形について次の問いに答えなさい。**



(1)　三角形 ABC はどんな三角形か。

(2)　(1) の三角形になることを証明しなさい。

4　**次の逆を言い、それが成り立たないことを示す反例も挙げなさい。**

(1)　a が 4 の倍数ならば、a は 2 の倍数である。

逆

反例

(2)　$a > 0, b > 0$ ならば、$ab > 0$ である。

逆

反例

中学２年数学　５章 三角形と四角形 １節　三角形 (2)

実施日　　／

✎ 学習内容と例題　　　　＿＿＿年＿＿＿組＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「根拠をもとにして証明することができる」

☑ 直角三角形の合同条件

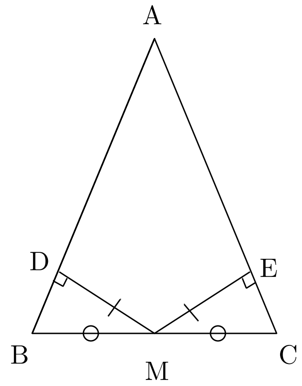
【定理】 2 つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき合同である。

(1) 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。

(2) 斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。

☑ 証明をするときは、根拠をもとに見通しをもって考える。

㊄ 図で、△ABC の辺 BC の中点 M から 2 辺 AB,AC に垂線をひき、AB,AC との交点をそれぞれ D,E とします。
このとき、MD=ME であれば、△ABC は二等辺三角形になることを証明しなさい。



解 △DBM と △ECM において、

仮定より、BM = CM ⋯ ①

MD = ME ⋯ ②

∠BDM = ∠CEM = 90° ⋯ ③

①,②,③より、直角三角形で、斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから、

△DBM≡ △ECM

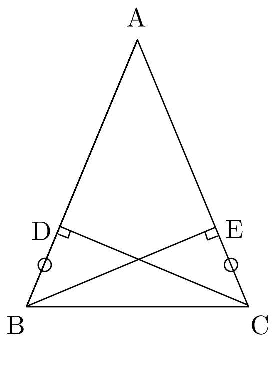
合同な図形の対応する角は等しいから、

∠B=∠C

2 つの角が等しいから、△ABC は二等辺三角形である。■

問題

1　図で、BD=CE, ∠BEC=∠CDB=90° であるとき、△ABC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



解答・解説

1　△DBC と △ECB において、

仮定より、BD = CE ⋯ ①

∠BEC = ∠CDB = 90° ⋯ ②

BC は共通な辺 ⋯ ③

①,②,③より、直角三角形で、斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから、

△DBC≡ △ECB

合同な図形の対応する角は等しいから、

∠DBC=∠ECB

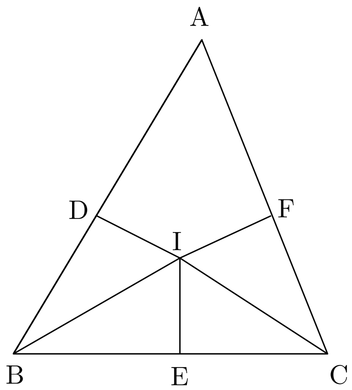
すなわち、 ∠ABC=∠ACB

2 つの角が等しいから、△ABC は二等辺三角形である。■

【問題演習 251(2)】

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

5　図で、△ABC の∠B と∠C の二等分線の交点を I とし、I から３辺に垂線をひいて、AB, BC, CAとの交点をそれぞれ D, E, F とします。このとき、次の問いに答えなさい。



(1)　ID=IE=IF であることを証明しなさい。

(2)　半直線 AI は ∠BAC を２等分することを証明しなさい。

学習内容と例題　　＿年＿組＿番 氏名＿＿＿＿

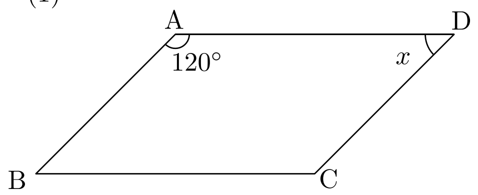
めあて 「平行四辺形の性質を理解する」

平行四辺形の性質

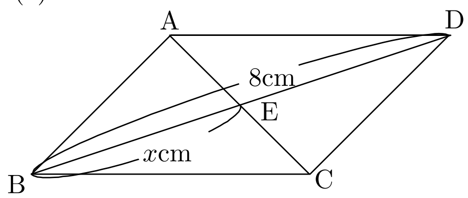
【定理】 (1) 平行四辺形では、2 組の対辺はそれぞれ等しい。
(2) 平行四辺形では、2 組の対角はそれぞれ等しい。
(3) 平行四辺形では、対角線はそれぞれの中点で交わる。

㊉ 図の ▱ABCD で、x の値を求めなさい。

(1)



(2)

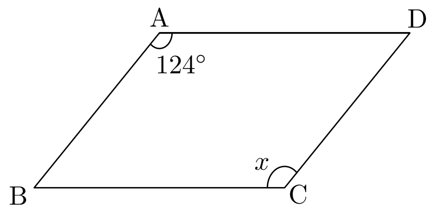


解 (1) 平行四辺形では、2 組の対角はそれぞれ等しいから、$\angle C = 120°$、$\angle B = x$
よって、$x = (360° - 120° \times 2) \div 2 = 60$　答 60°
(2) 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、EB=ED
BDは 8cmだから、$x = 8 \div 2 = 4$

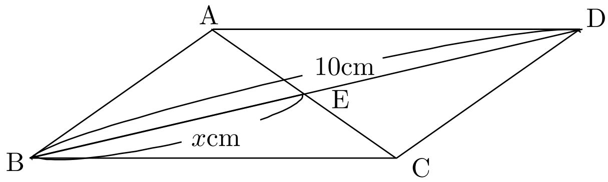
問題

1　図の▱ABCD で、x の値を求めなさい。

(1)



(2)



解答・解説

1

(1) 平行四辺形の対角はそれぞれ等しいから、
$\angle C = 124°$よって、$x = 124$　答 124°

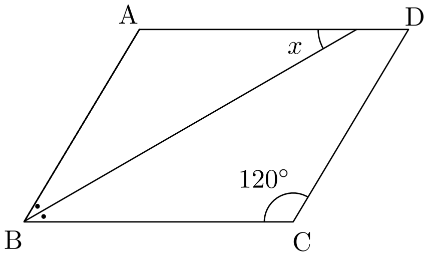
(2) 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、EB=ED　BDは 10cmだから、
$x = 10 \div 2 = 5$

【問題演習 252】

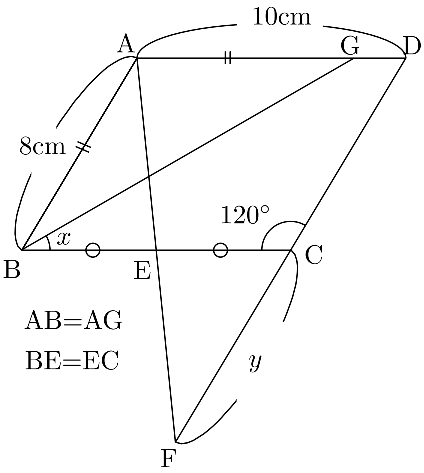
＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

6　**図の平行四辺形ABCDで、同じ印をつけた辺や角は等しいとして、x, y の大きさを求めなさい。**

(1)



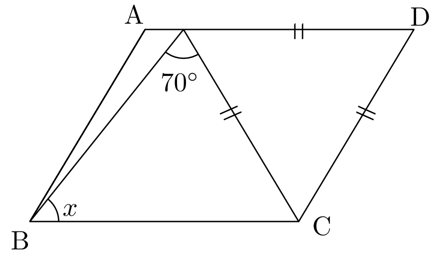
(2)



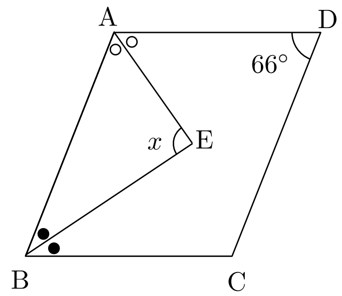
x の値

y の値

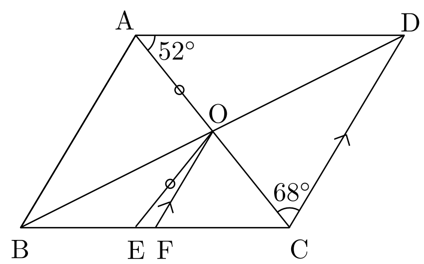
(3)



(4)



(5)　$\angle EOF = x$, OF// DC



学習内容と例題　　　　＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

めあて 「根拠をもとにして証明したり、多角形の面積を変えずに形を変えたりすることができる」

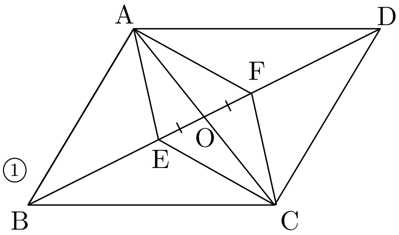
平行四辺形になるための条件

【定理】 四角形は、次のどれかが成り立てば、平行四辺形である。

(1) 2 組の対辺がそれぞれ平行である。〔定義〕　(2) 2 組の対辺がそれぞれ等しい。

(3) 2 組の対角がそれぞれ等しい。　(4) 対角線がそれぞれの中点で交わる。

(5) 1 組の対辺が平行でその長さが等しい。



㊎ 図の▱ABCD の対角線の交点を O とし対角線 BD 上に、OE=OF となるように 2 点 E,F をとれば、四角形 AECF は平行四辺形になることを証明しなさい。

解 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから、OA=OC ···①

仮定より OE=OF···②

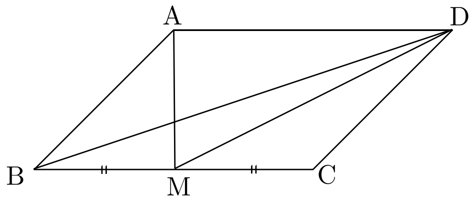
①,②より、対角線がそれぞれの中点で交わるから、四角形 AECF は平行四辺形である。 ■

対角線の性質

長方形やひし形の対角線について、次のことが成り立つ。

(1) 長方形の対角線は等しい。　(2) ひし形の対角線は垂直に交わる。

平行線の性質を使って、多角形の面積を変えずに形を変えることができる。

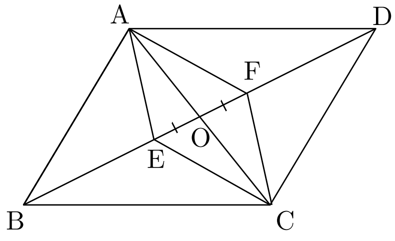


㊎ 図の▱ ABCD で、M は辺 BC の中点である。
このとき、△ABM と面積が等しい三角形を 2 ついいなさい。

解 △ABM と底辺の長さと高さの積が等しい三角形を見付ければよい。△DBM と △DMC は、底辺の長さが△ABM と等しく、高さも等しいので、面積が等しいといえる。
よって、答えは △DBM と △DMC

問題

1 図の▱ABCD の対角線の交点を O とし、対角線 BD 上に、OE=OF となるように 2 点 E,F をとれば、AF=CE となることを証明しなさい。



【証明】

解答・解説

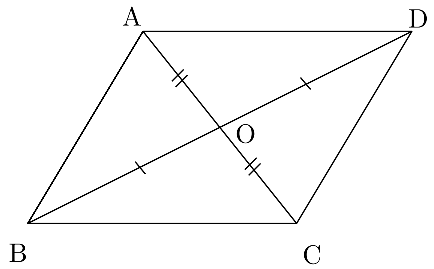
1 平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるから、OA=OC ···①
仮定より　OE=OF···②
①,②より、対角線がそれぞれの中点で交わるから、四角形 AECF は平行四辺形である。
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから、AF=CE となる。 ■

【問題演習 252,253】

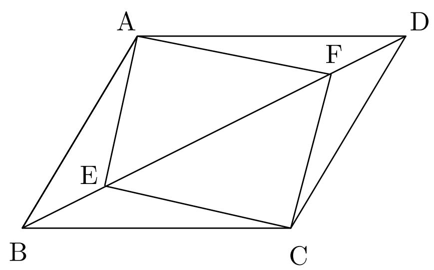
______年______組______番 氏名__________________________

7　次の各問に答えなさい。

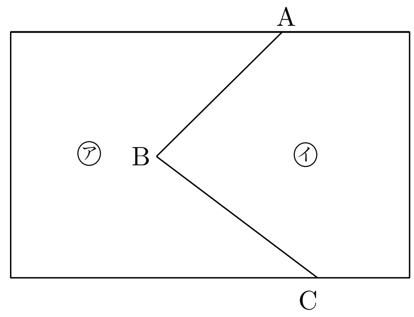
(1)　図の四角形 ABCD で、2 つの対角線の交点を O とする。OA=OC,OB=OD であるとき、四角形 ABCD は平行四辺形となることを証明しなさい。



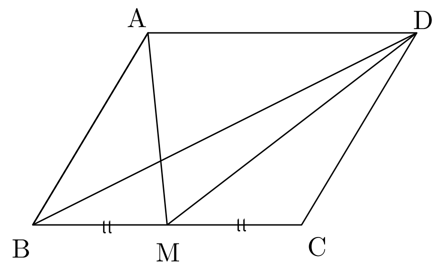
(2)　図の▱ABCD の対角線 BD 上に $\angle BAE = \angle DCF$ となるように点 E,F をとるとき、四角形 AECF は平行四辺形となることを証明しなさい。



(3)　図のように、土地が折れ線 ABC を境界線として、2 つの部分㋐,㋑に分かれています。それぞれの土地の面積を変えずに、点 A を通る直線で境界線をひきなおすとき、その直線 AD をひきなさい。



8　図の▱ABCD で M が辺 BC の中点であるとき、次の各問に答えなさい。



(1)　△DMC と面積が等しい三角形をすべていいなさい。

(2)　△DBC と面積が等しい三角形をすべていいなさい。

(3)　△DMC の面積が 4cm^2 のとき、▱ABCD の面積を求めなさい。

cm^2

中学 2 年数学　5 章 三角形と四角形 **解答**

＿＿年＿＿組＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1

(1) $x = 56^\circ$　(2) $x = 43^\circ$　(3) $x = 108^\circ$

2 （証明）

$\triangle$DBC は二等辺三角形より、底角が等しいから

$\angle \mathrm{DBC} = \angle \mathrm{DCB} \cdots$ ①

仮定より

$\angle \mathrm{ABC} = 2\angle \mathrm{DBC} \cdots$ ②
$\angle \mathrm{ACB} = 2\angle \mathrm{DCB} \cdots$ ③

①,②,③より

$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACB}$

よって、$\triangle$ABC は 2 つの角が等しい三角形だから二等辺三角形である。 ■

3

(1)（AB を底辺とする）二等辺三角形
(2)（証明）

ぴったり重なる部分の角は等しいから

$\angle \mathrm{PAB} = \angle \mathrm{CAB} \cdots$ ①

PQ// SR で、平行線の錯角は等しいから

$\angle \mathrm{PAB} = \angle \mathrm{CBA} \cdots$ ②

①,②より、∠CAB=∠CBA

よって、2 つの角が等しいから $\triangle$CAB は二等辺三角形である。 ■

4

(1) (逆)a が 2 の倍数ならば、a は 4 の倍数である。
(反例)$a = 6$

(2) (逆)$ab > 0$ ならば、$a > 0, b > 0$ である。
(反例)$a = -2, b = -1$

5

(1)（証明）

$\triangle$IDB と $\triangle$IEB において

IB は共通な辺 $\cdots$ ①
仮定より、$\angle \mathrm{IDB} = \angle \mathrm{IEB}(= 90^\circ) \cdots$ ②
$\angle \mathrm{DBI} = \angle \mathrm{EBI} \cdots$ ③

①,②,③より直角三角形で斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle \mathrm{IDB} \equiv \triangle \mathrm{IEB}$
よって、$\mathrm{ID} = \mathrm{IE} \cdots$ ④

$\triangle$IEC と $\triangle$IFC においても同様にして

$\mathrm{IE} = \mathrm{IF} \cdots$ ⑤

④,⑤より、ID=IE=IF ■

(2)

$\triangle$ADI と $\triangle$AFI において
AI は共通 $\cdots$ ①
(1) より、DI=FI$\cdots$ ②
仮定より、∠ADI=∠AFI=90°$\cdots$ ③
①,②,③より、直角三角形で斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから
$\triangle$ADI≡$\triangle$AFI
よって、∠DAI=∠FAI
したがって、半直線 AI は ∠BAC を 2 等分している。 ■

6

(1) 30°
(2) x の値 30°, y の値 8cm
(3) 50°
(4) 90°
(5) 8°

7

(1)（証明）

$\triangle$AOD と $\triangle$COB において

$$\text{仮定より、}AO = CO \qquad \cdots ①$$
$$DO = BO \qquad \cdots ②$$
$$\text{対頂角は等しいから、}\angle AOD = \angle COB \qquad \cdots ③$$

①,②,③より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AOD \equiv \triangle COB$$

よって、$\angle OAD = \angle OCB \cdots ④$

④より、錯角が等しいので、AD//BC

$\triangle$AOB と $\triangle$COD においても同様にして、AB//DC

よって、四角形 ABCD は平行四辺形である。 ■

(2)（証明）

$\triangle$ABE と $\triangle$CDF において、平行四辺形 ABCD の対辺は等しいから

$$AB = CD \qquad \cdots ①$$
$$\text{仮定より、}\angle BAE = \angle DCF \qquad \cdots ②$$

AD//BC で、平行線の錯角は等しいから

$$\angle ABE = \angle CDF \qquad \cdots ③$$

①,②,③より 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

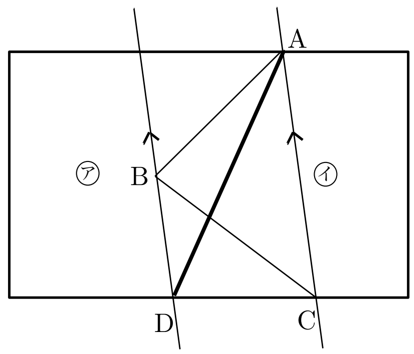
よって、$BE = DF \cdots ④$

ここで、平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とすると、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$$AO = CO \qquad \cdots ⑤$$
$$BO = DO \qquad \cdots ⑥$$
$$④, ⑥\text{より、}EO = FO \qquad \cdots ⑦$$

⑤,⑦より、四角形 AECF は対角線がそれぞれの中点で交わっているので平行四辺形である。 ■

(3)



8

(1) $\triangle$DBM, $\triangle$ABM　　(2) $\triangle$ABD, $\triangle$AMD

(3) 16cm^2